REPRESENTATIONS GRAPHIQUES DES SUITES ARITHMETIQUES ET DES SUITES GEOMETRIQUES

1) SUITES ARITHMETIQUES (s.a.)

Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ une s.a. de premier terme u_1 et de raison r, alors nous savons que :

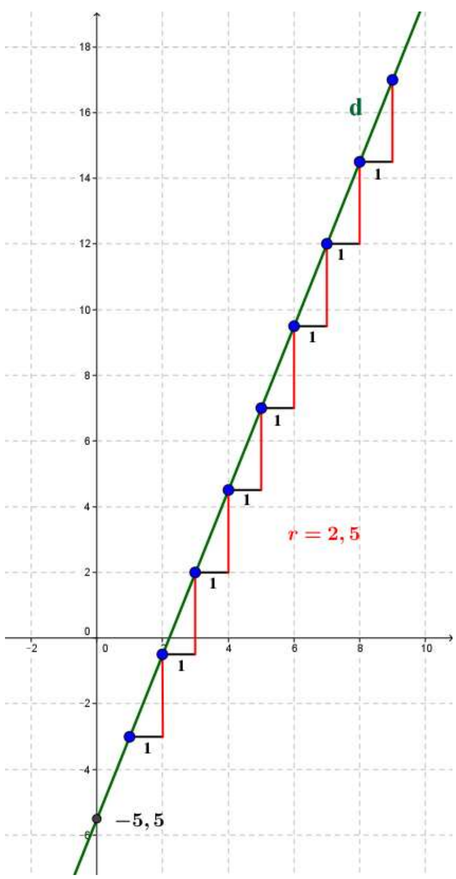
$$u_n = u_1 + (n-1)r.$$

Exemple 1

s.a. $\begin{cases} u_1 = -3 \\ r = 2,5 \end{cases}$, alors $u_n = -3 + (n-1)2,5 \Leftrightarrow u_n = -3 + 2,5n - 2,5 \Leftrightarrow u_n = 2,5n - 5,5$.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n	-3	$-0,5$	2	4,5	7	9,5	12	14,5	17

La suite $(u_n)_{n\geq 1}$ peut être **représentée** par les points de coordonnées $(n;u_n)$:



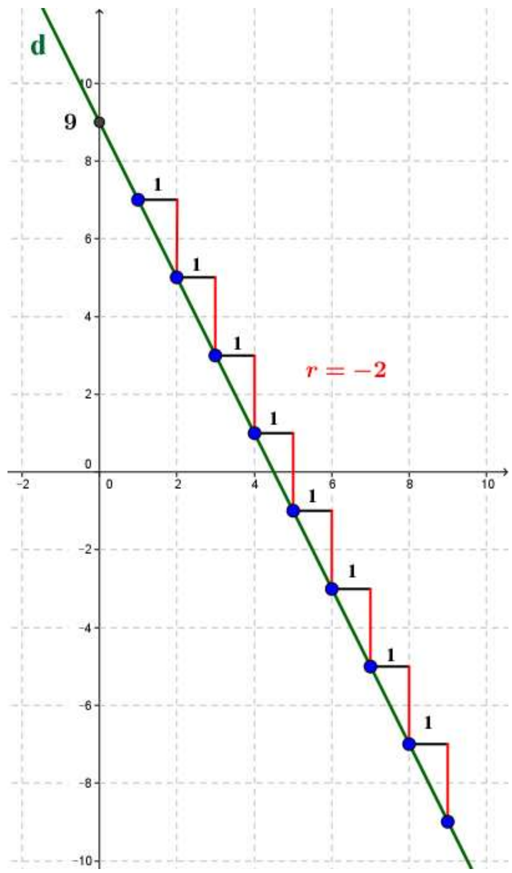
u_n peut être considérée comme **l'image de l'entier n** par la <u>fonction</u> du premier degré $f(x) = 2,5x - 5,5$.

Or nous savons que la représentation graphique de cette fonction est la **droite d** de pente $r = 2,5$ et d'ordonnée à l'origine $-5,5$ qui passe donc par tous les points $(n;u_n)$!

Exemple 2

s.a. $\begin{cases} u_1 = 7 \\ r = -2 \end{cases}$, alors $u_n = 7 + (n-1)(-2) \Leftrightarrow u_n = 7 - 2n + 2 \Leftrightarrow u_n = -2n + 9$.

Ici encore u_n est l'image par la fonction $g(x) = -2x + 9$ de l'entier n et la courbe de g est la droite de pente $r = -2$ et d'ordonnée à l'origine 9 :



Cas général

Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ une s.a. de premier terme u_1 et de raison r, alors :

$u_n = u_1 + (n-1)r \Leftrightarrow u_n = u_1 + nr - r \Leftrightarrow u_n = rn + u_1 - r$

Ainsi u_n est l'image par la fonction $f(x) = rx + u_1 - r$ de l'entier n et la courbe de f est la **droite** d de **pente r** et **d'ordonnée à l'origine** $u_1 - r$. Les points de coordonnées $(n; u_n)$ se trouvent donc tous sur cette droite.

En particulier si $r > 0$ d est une droite croissante et si $d < 0$ d est une droite décroissante.

2) SUITES GEOMETRIQUES (s.g.)

a) Exemples

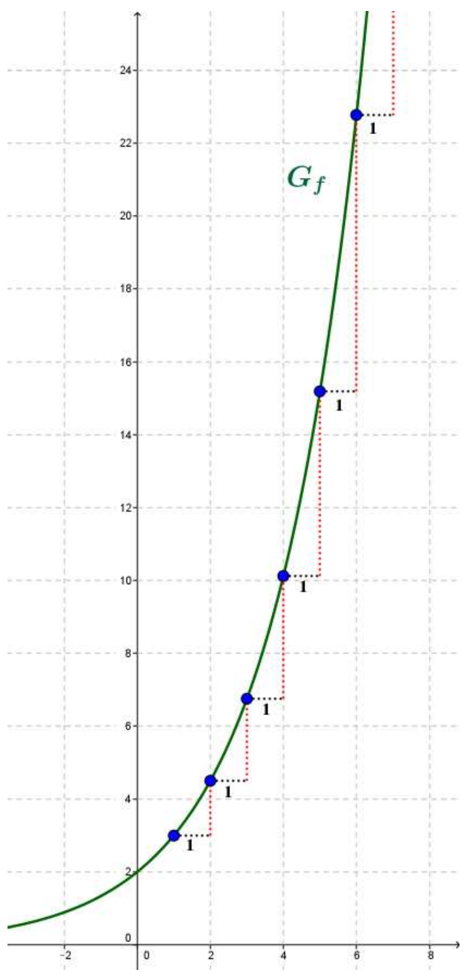
Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ une s.g. de premier terme u_1 et de raison q, alors nous savons que :

$$u_n = u_1 q^{n-1}.$$

Exemple 1

s.g. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 1,5 \end{cases}$, alors $u_n = 3\cdot 1,5^{n-1} = 3\cdot 1,5^n \cdot 1,5^{-1} = \dfrac{3}{1,5}\cdot 1,5^n = 2\cdot 1,5^n$.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n	3	4,5	6,75	10,13	15,19	22,78	34,17	51,26	76,89



Comme pour les s.a., la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ peut être **représentée** par les points de coordonnées $(n;u_n)$ mais contrairement aux s.a. ces points ne sont plus alignés mais se trouvent sur une courbe qui *croît de plus en plus vite* !

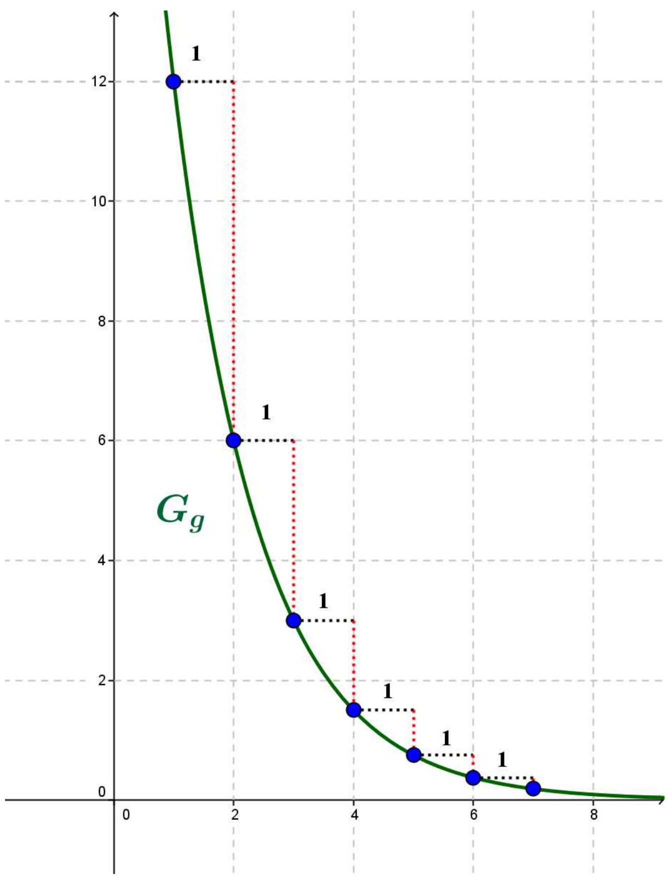
Cette courbe correspond à la fonction $f(x) = 2\cdot 1,5^x$ où *la variable x se trouve à l'exposant* !

Une telle fonction est appelée **fonction exponentielle**.

Exemple 2

s.g. $\begin{cases} u_1 = 12 \\ q = 0,5 \end{cases}$, alors $u_n = 12 \cdot 0,5^{n-1} = 12 \cdot 0,5^n \cdot 0,5^{-1} = \dfrac{12}{0,5} \cdot 0,5^n = 24 \cdot 0,5^n$.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n	12	6	3	1,5	0,75	0,38	0,19	0,09	0,05



Les points de coordonnées $(n;u_n)$ se trouvent sur la courbe de la fonction $g(x) = 24 \cdot 0,5^x$ qui est également une fonction exponentielle, mais qui ***décroît** de moins en moins vite* !

b) Fonctions exponentielles

- Une **fonction exponentielle de base b** est une fonction de la forme :

$$\boxed{f(x) = a \cdot b^x}$$

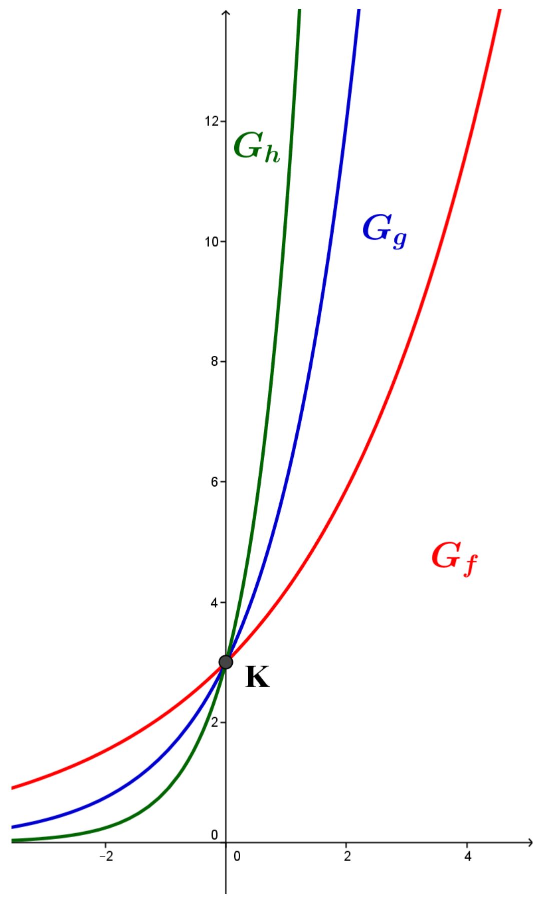
où a et b sont deux nombres réels fixes, strictement positifs et de plus $b \neq 1$.

- **Exemples pour b > 1 :**

$f(x) = 3 \cdot 1{,}4^x$

$g(x) = 3 \cdot 2^x$

$h(x) = 3 \cdot 3{,}5^x$



Sur ces exemples on constate que :

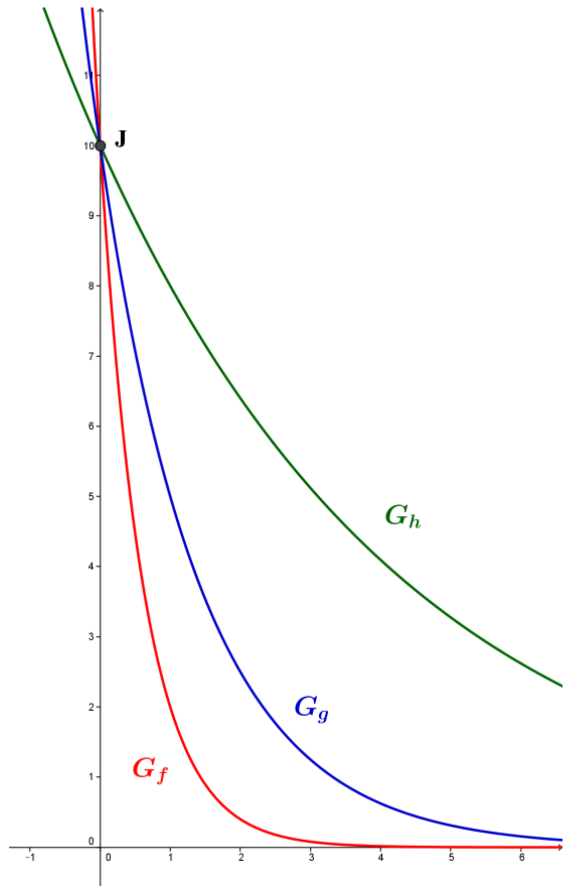
- toutes ces courbes coupent l'axe (Oy) au point $K(0;3)$
- toutes ces fonctions sont **croissantes** et positives
- leur croissance est très rapide pour x>0
- plus la base est grande et plus la croissance pour x>0 est rapide

- **Exemples pour b < 1 :**

$f(x) = 10 \cdot 0,2^x$

$g(x) = 10 \cdot 0,5^x$

$h(x) = 10 \cdot 0,8^x$



Sur ces exemples on constate que :

- toutes ces courbes coupent l'axe (Oy) au point $J(0;10)$
- toutes ces fonctions sont **décroissantes** et positives
- leur décroissance pour x>0 est de plus en plus lente
- plus la base est grande et plus la décroissance pour x>0 est lente