

Exercices sur le chapitre 1

Les ensembles de nombres

Exercice 1

(1) Faire un *diagramme de Venn* des ensembles \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} et \mathbb{Q} et placer sur ce diagramme les nombres -8 ; $\frac{45}{12}$; 0 ; $4,017$; $\frac{9^{24}}{3^{49}}$; 10^{100} ; $0,2^4$.

(2) Calculer et placer sur ce diagramme :

a = l'inverse du double de la somme de 3 et de 5

b = l'opposé du carré de la différence de 4 et de 9

c = la somme de l'inverse de 6 et de l'opposé de -3

d = le produit de 12 par la somme des inverses de 4 et de 3

Exercice 2

Compléter par le symbole correct parmi $\in, \notin, \subset, \not\subset$:

$$745 \dots \mathbb{N} \qquad \frac{6}{2} \dots \mathbb{N} \qquad -9 \dots \mathbb{N} \qquad \{-26\} \dots \mathbb{Z}$$

$$3,2 \dots \mathbb{Z} \qquad \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right\} \dots \mathbb{D} \qquad 27 \dots \mathbb{Z} \qquad -65,07 \dots \mathbb{D}$$

$$\frac{7}{5} \dots \mathbb{D} \qquad -47 \dots \mathbb{Q} \qquad -\frac{1}{3} \dots \mathbb{D} \qquad \frac{11}{13} \dots \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{N} \dots \mathbb{D} \qquad -\frac{21}{3} \dots \mathbb{Z} \qquad -9478 \dots \mathbb{Z} \qquad -\frac{0,1}{0,002} \dots \mathbb{Z}$$

$$\emptyset \dots \mathbb{D} \qquad \left\{ -\frac{1}{7}, \frac{3}{4} \right\} \dots \mathbb{D} \qquad \frac{2}{3} \dots \mathbb{D} \qquad \frac{11}{13} \dots \mathbb{Q}$$

Exercice 3

Que peut-on dire du *développement décimal* d'un nombre :

a) de l'ensemble \mathbb{D} ? b) de l'ensemble \mathbb{Q} ? c) de l'ensemble \mathbb{I} ?

Exercice 4

Calculer si nécessaire les nombres du tableau, puis compléter chaque case par \in ou \notin :

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{D}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
$a = -\frac{56}{8}$					
$b = \frac{9}{4}$					
$c = \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{6}\right)$					
$d = -\sqrt{3}$					
$e = \frac{2013}{9}$					

Exercice 5

- (1) Ecrire les nombres suivants sous la forme $\frac{a}{10^n}$, avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ et en déduire qu'ils appartiennent tous à \mathbb{D} .

$$a = \frac{7}{4}, b = -\frac{6}{5}, c = \frac{3}{20}, d = \frac{1}{25}, e = -\frac{13}{40}, f = \frac{3}{5^4}, g = \frac{-6}{2^7 \cdot 5^5}, h = \frac{24^7}{20^3 \cdot 144^2}$$

- (2) Les nombres rationnels suivants appartiennent-ils à \mathbb{D} ? Justifier pourquoi vous ne pouvez pas les mettre sous la forme $\frac{a}{10^n}$, avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.

$$a' = \frac{17}{60}, b' = -\frac{8}{35}, c' = \frac{54}{55}, d' = \frac{-9}{56}, e' = \frac{7}{3'000}, f' = \frac{27}{2^4 \cdot 5^3 \cdot 7}, g' = \frac{9^2}{2^{10} \cdot 3^6}$$

- (3) a) Compléter : *Une fraction irréductible appartient à \mathbb{D} ssi la factorisation première du dénominateur ne contient que les nombres premiers et*
 b) En utilisant la règle énoncée sous a), décider si les rationnels suivants sont dans \mathbb{D} ou non :

$$a'' = \frac{78}{320}, b'' = \frac{81}{2700}, c'' = \frac{-21}{980}, d'' = \frac{2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^5}{24^3 \cdot 40^2}, e'' = \frac{133}{-182}$$

Exercice 6

Comparer les nombres suivants et compléter par l'un des symboles $<, >, =$:

a) $-0,\overline{001}$... $-0,\overline{001}$

c) $-3,12\overline{9}$... $-3,13$

b) $\frac{1}{0,\overline{333}}$... 3

d) $2,45\overline{635}$... $2,45\overline{63}$

Exercice 7

(1) Compléter :

a) $\mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$

d) $\mathbb{N} \dots \mathbb{Z}_+$

b) $\mathbb{I} \cup \mathbb{Q} = \dots$

e) $\frac{1}{3} \dots \mathbb{I}$

c) $\sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$

f) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{N} = \dots$

(2) Compléter par le symbole correct parmi $\in, \notin, \subset, \not\subset, =$:

a) $\mathbb{I} \dots \mathbb{R}$

d) $-\frac{2004}{88} \dots \mathbb{D}$

b) $\mathbb{N}^* \dots \mathbb{D}_+$

e) $24\mathbb{N} \dots 6\mathbb{N}$

c) $\sqrt{(-2)^2} \dots \mathbb{Z}_-$

f) $3 + \frac{10}{71} - \pi \dots \mathbb{R}_+$

Exercice 8

Quel est le 2012^e chiffre derrière la virgule du développement décimal périodique a)

de $\frac{8}{13}$?

b) de $\frac{8}{13} \cdot 10^{-2}$?

c) de $\frac{8}{13} \cdot 10^{25}$?

Exercice 9

Ecrire sous forme d'une *fraction irréductible* à termes entiers les réels

a) $u = 35,4\overline{4}$

b) $y = 1,54\overline{4}$

c) $z = -0,03\overline{4}$

d) $x = 6,24\overline{4}$

Exercice 10

Compléter le tableau suivant par \in ou \notin :

	\mathbb{Z}_-	\mathbb{D}	\mathbb{Q}_+	\mathbb{R}_-	\mathbb{I}
$\sqrt{9}$					
$-\frac{13}{125}$					
$(-12)^{25}$					
$0,000515 \cdot 10^{15}$					

Exercice 11

Dessiner un diagramme de Venn représentant tous les ensembles de nombres que vous connaissez, puis placez les nombres suivants sur ce diagramme :

a) -6 ; $\frac{8}{2}$; $\frac{58}{100}$; $-\frac{93}{31}$; $\frac{3}{7}$; $-\frac{2}{5}$; $3,\overline{123}$

b) $9,\overline{57}$; $\frac{\pi}{2}$; $-\sqrt{3}$; $\frac{63}{14}$; 2^{10} ; $\frac{0}{\sqrt{\pi}}$; $-\sqrt{36}$

c) $4,33$; $\sqrt{5}$; $-\frac{6}{8}$; $\frac{12}{7}$; -11^2 ; $\frac{12}{3}$

Exercice 12

Donner le développement décimal des fractions suivantes et en préciser la période :

a) $\frac{111}{9}$

d) $-\frac{147}{14}$

g) $\frac{6}{125}$

b) $\frac{232}{33}$

e) $\frac{120}{111}$

h) $-\frac{6519}{3000}$

c) $\frac{9}{26}$

f) $\frac{22}{7}$

i) $\frac{63}{56}$

Exercice 13

Trouver le ...

a) ... 45^e chiffre derrière la virgule du d.d.p. de $\frac{10}{7}$.

b) ... 2012^e chiffre derrière la virgule du d.d.p. de $\frac{17}{13}$.

Exercice 14

Ecrivez les d.d.p. suivants sous forme de fractions (irréductibles) de nombres entiers :

1^{re} série

a) $2,\overline{7}$

b) $-3,0\overline{4}$

c) $11,2\overline{21}$

d) $3,\overline{92}$

e) $2,0\overline{13}$

f) $3,\overline{60}$

2^e série

a) $32,5\overline{123}$

b) $7,69\overline{26}$

c) $0,2\overline{16}$

d) $8,0\overline{20202}$

e) $17,95\overline{555}$

f) $7,105\overline{105105}$

Exercice 15

Calculer (donnez le résultat sous forme de d.d.p.) :

a) $a = 0,8\bar{3} - 0,4\bar{6}$

b) $b = 3,7\bar{1} + 1,5$

c) $c = 5,8\bar{8} + 0,3$

d) $d = 0,6\bar{6} \cdot 0,4\bar{09}$

Exercice 16

Mettre les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible, puis décider s'il s'agit de nombres décimaux ou non :

a) $\frac{0,4}{0,3}$

b) $\frac{2^3 - \frac{7}{2}}{0,15}$

c) $\frac{1,3}{0,2^3}$

d) $3 \cdot \frac{45}{56} : \frac{60}{28}$

e) $\frac{4 - \frac{3}{2,1}}{2,5 + \frac{1}{2}}$

f) $4,6 - (-9)^8 \cdot \frac{2}{27^5}$

g) $\frac{12^{12} \cdot 21^{21}}{7^7 \cdot 14^{14} \cdot 15^{15}}$