

Conformément au programme, la calculatrice *V200* pourra être utilisée

- pour *décomposer en éléments simples* une fraction rationnelle,
- pour *résoudre des équations rationnelles*,
- pour faire des *calculs algébriques élémentaires*.

Question 1

40 (=4+9+3+5+6+7+6) points

Déterminer l'*ensemble des primitives* des fonctions suivantes par une méthode de votre choix. On demande également de préciser *le ou les intervalles* sur lesquels l'expression de la primitive est valable.

$$(1) \quad f(x) = \frac{5x^6}{2 - 3x^7}$$

$$(5) \quad i(x) = (x^2 + x - 1)\ln|x|$$

$$(2) \quad g(x) = \frac{x^2}{2} \sqrt{\frac{x}{2} - 1}$$

$$(6) \quad j(x) = \frac{x^2 + 7x + 1}{(3x - 2)^2(x + 1)}$$

$$(3) \quad h(x) = \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$(7) \quad m(x) = \frac{3}{x^2 + 2x + 4}$$

$$(4) \quad k(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - 4x^2} \cdot \text{Arcsin}^3(2x)}$$

Question 2

20 (=6+2+3+5+2+2) points

Soit la fonction

$$f : x \mapsto \begin{cases} \text{Arctan}(2 \ln x) & \text{si } x \neq 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- (1) Déterminer les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f . On étudiera en particulier la continuité et la dérivabilité en 0. Donner l'équation d'une demi-tangente éventuelle au point d'abscisse 0.
- (2) Etablir les équations des asymptotes éventuelles à \mathcal{G}_f .
- (3) Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variations de f .
- (4) Calculer $f''(x)$ et en déduire l'existence de points d'inflexion éventuels.
- (5) Dresser le tableau de variations de f (comprenant la concavité de la courbe).
- (6) Tracer \mathcal{G}_f dans un repère orthonormé (unité : 2cm).