

La calculatrice V200 n'est pas autorisée !!

Question 1

18 (3+3+4+4+1+3) points

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2 - e^{2x}}}$$

- (1) Déterminer les domaines de **définition**, de **continuité** et de **dérivabilité** de f .
- (2) Déterminer les **asymptotes éventuelles** au graphe de f , noté \mathcal{G}_f .
- (3) Etudier le **sens de variation** de f . Etablir une **équation cartésienne** de la tangente t_0 à \mathcal{G}_f au point d'abscisse 0.
- (4) Etudier la **concavité** de \mathcal{G}_f et préciser les **points d'inflexion éventuels**.
- (5) Représenter \mathcal{G}_f et t_0 dans un repère orthonormé du plan.
- (6) Déterminer la **primitive** F de f qui s'annule en 0.

Question 2

22 (=2+1+8+11) points

Soit la fonction g définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\ln^2 x - 1}{\ln^2 x + 1} & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- (1) Etudier la continuité de g en 0 et en déduire le domaine de **continuité** de g .
- (2) Déterminer les **asymptotes éventuelles** au graphe de g , noté \mathcal{G}_g .
- (3) Etudier la dérivabilité de g en 0 ⁽¹⁾, puis calculer $g'(x)$, lorsque $x > 0$. En déduire le domaine de **dérivabilité** et le **tableau de variation** de g .
- (4) On **admet que** ⁽²⁾ si $x > 0$,

$$g''(x) = \frac{-4(\ln^3 x + 3\ln^2 x + \ln x - 1)}{x^2 (\ln^2 x + 1)^3}$$

En déduire la **concavité** de \mathcal{G}_g ainsi que les **points d'inflexion** à \mathcal{G}_g .

Tourner s.v.p

⁽¹⁾ **Indication** : N'utilisez pas $g'(x)$ lors de l'étude de la dérivabilité en 0 ... !

⁽²⁾ Vous n'avez **pas besoin de faire le calcul** !

Question 3

20 (=2+3+3+4+5+3) points

Calculer les *primitives* suivantes après avoir précisé le ou les *intervalles* sur lesquels elles sont *définies*.

$$(1) \int \frac{\sin x}{(1 - \cos x)^2} dx$$

$$(4) \int \frac{(\ln t - 1) \ln t}{t} dt$$

$$(2) \int \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$(5) \int \frac{7 - 3x}{\sqrt{9 - x^2}} dx$$

$$(3) \int \frac{1 - x}{(x^2 - 2x + 3)^5} dx$$

$$(6) \int \frac{2^x - 5}{3^{2x}} dx$$

G. Lorang