Nom : .... Prénom : ....

1CD1 Devoir de mathématiques II,1 21.02.2022

Durée : 110' ***Calculatrice autorisée***

Question 1 15 (=2+5+3+5) points

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(-2;1;4)$ et $B(-1;0;2)$, le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$ et la droite d définie par :

$$d \equiv \begin{cases} 2x+y-z=4 \\ y-z=1 \end{cases}$$

(1) Déterminer une équation cartésienne du plan π_1 passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$.

(2) Déterminer un système d'équations paramétriques du plan π_2 parallèle au plan π_1 et passant par le point B. Caractériser le plan π_2 par la donnée d'un point et de deux vecteurs directeurs non colinéaires.

(3) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d et caractériser la droite d par la donnée d'un point et d'un vecteur directeur.

(4) Etudier l'intersection de la droite d et du plan π_1.

Question 2 8 points

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\log_{\sqrt{2}}(3x-2)+\log_{\frac{1}{2}}(4-x)\leq \log_2(5x+6)-1$$

Question 3 21 (=3+3+3+4+2+2+4) points

Calculer les intégrales indéfinies suivantes sur un intervalle I à préciser.

(1) $\displaystyle\int \frac{(3-x)^2}{2x^3}\,\mathrm{d}x$

(2) $\displaystyle\int \left(\sqrt{5x-1}+\frac{x}{3-x^2}\right)\mathrm{d}x$

(3) $\displaystyle\int e^{2x}\left(1-2e^{-6x}\right)^2\,\mathrm{d}x$

(4) $\displaystyle\int (2x-1)\ln x\,\mathrm{d}x$

(5) $\displaystyle\int \left(3^x-\frac{5}{2^{x+1}}\right)\mathrm{d}x$

(6) $\displaystyle\int \frac{\ln^2 x}{x}\,\mathrm{d}x$

(7) $\displaystyle\int (x-3)\sqrt{1-x}\,\mathrm{d}x$

Tournez s.v.p.

Question 4 — 7 (=2+5) points

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\left(\dfrac{x+5}{x-1}\right)^{2x+3}$

(1) Déterminer le domaine de f.

(2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

Question 5 — 9 (=5+4) points

On considère la fonction f défini sur $\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ par :

$$f(x)=1+\frac{-x^2+3x+1}{x^3-2x^2+x}$$

(1) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x\in\mathbb{R}_+^*\setminus\{1\}$ on a :

$$f(x)=1+\frac{a}{x}+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{(x-1)^2}$$

(2) Déterminer la primitive F de f telle que $F(-1)=-2\ln 2$ sur un intervalle I à préciser.

G. Lorang