

Question 1

12 (=6+6) points

- (1) Soit $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ une fonction polynôme de la variable x et de degré n , c.-à-d. $a_n \neq 0$. **Démontrer** que :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} p(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n.$$

- (2) Soit $r(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + b_{m-2} x^{m-2} + \dots + b_1 x + b_0}$ une fonction rationnelle de la variable x , les coefficients a_n et b_m étant non nuls. Compléter **sans démontrer** :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} r(x) = \dots$$

Discuter ensuite les **limites possibles (3 cas)** en fonction des degrés du numérateur et du dénominateur.

Question 2

16 (=8+8) points

Démontrer les résultats suivants en utilisant les définitions du cours :

- (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - 2\sqrt{x-8} = -\infty$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = 2$

Question 3

14 (=3+3+4+4) points

Déterminer les limites suivantes **en justifiant brièvement** :

- (1) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{12x^2 - 5x + 8}{(5x-2)(1-4x)}$ (3) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(-2x^2 + x + 1)^6 (3x^3 - 2x + 1)^5}{(1-3x^4)^5 (7-2x)^7}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2-3x^3}{(2x+1)^4}$ (4) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(1-2x)^{-3}}{(x+2)^{-7}}$

Question 4

18 (=10+8) points

Montrer que les limites suivantes ont un sens, puis les calculer **en justifiant** :

- (1) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{2x^2 + x - 1} - \sqrt{(x+1)(2x+3)}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\cos^2 x}{\sqrt[3]{x}}$ (**Indication** : Utiliser **deux** fois le théorème du sandwich)