

Question 1

12 points

Énoncer et démontrer le théorème des accroissements finis et en donner une interprétation graphique.

Question 2

12 points

Compléter le tableau suivant sur cette feuille, puis esquisser la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (unité = 1 cm), sachant de plus que :

- f admet une racine unique -3 ,
- \mathcal{G}_f admet une asymptote oblique à gauche et à droite d'équation $y = x - 2$,
- $f(x) - (x - 2)$ est toujours positif.

Le graphique comportera toutes les tangentes et/ou demi-tangentes aux points remarquables.

| | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----|------|-----|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | | 0 | | 2 | | 4 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | $+\infty$ | // | $-\infty$ | $-$ | -2 | // | $+\infty$ | $+$ |
| $f''(x)$ | $+$ | // | $+$ | 0 | $-$ | // | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | $+\infty$ | // | $+\infty$ | 3 | | 1 | | 4 | |
| \mathcal{G}_f | | | | | | | | | |

Question 3

40 (=2+8+9+10+6+5) points

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x} - 1}$

- (1) Quels sont les domaines de définition et de continuité de f ?
- (2) Étudier les limites aux bornes du domaine de f et conclure sur l'existence éventuelle d'asymptotes.
- (3) Est-ce que $f'(0)$ existe (par un calcul direct) ? En déduire le domaine de f' , puis calculer $f'(x)$. Étudier le signe de $f'(x)$ dans un tableau.
- (4) Est-ce que $f''(0)$ existe (par un calcul direct) ? En déduire le domaine de f'' , puis calculer $f''(x)$. Étudier le signe de $f''(x)$ dans un tableau.

- (5) Faire un tableau récapitulatif contenant le sens de variation de f et la concavité de \mathcal{G}_f , courbe représentative de f . Préciser la nature des points remarquables.
- (6) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé (unité = 1cm) avec les tangentes et/ou demi-tangentes aux points remarquables.

G. Lorang