2BC1	Devoir de mathématiques III,2	3.06.05

L'utilisation de la calculatrice TI V200 est autorisée !

Question 1 — 30 (=(7+3+5)+(4+5+6)) points

On considère un polynôme du 4[e] degré de la forme :

$$p(x) = ax + b + (x-c)^2(x-d)^2$$

où a, b, c et d sont des constantes réelles. On note $\mathcal{P}$ la courbe représentative de p et $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = ax + b$.

<u>Partie A</u> : Dans cette partie, on prend $a = 24$, $b = -10$, $c = \sqrt{7}$ et $d = -\sqrt{7}$.

(1) Calculer la dérivée de $p(x)$ et en déduire le tableau de variations de p.

(2) Déterminer les tangentes à $\mathcal{P}$ aux points d'abscisses $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$. Conclusion ?

(3) Esquisser alors $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ dans un repère convenablement choisi.

<u>Partie B</u> : Dans cette partie les constantes a, b, c et d sont quelconques.

(1) Montrer que $\mathcal{D}$ est tangente à $\mathcal{P}$ aux points d'abscisses c et d.

(2) Etudier la position relative de $\mathcal{P}$ par rapport à $\mathcal{D}$.

(3) Etudier le nombre de points d'inflexion de $\mathcal{P}$.

Question 2 — 30 (=2+3+4+3+3+5+5+5) points

On considère la fonction $f : x \mapsto \cos(2x) + 2\sin x$ et on note $\mathcal{G}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

(1) Déterminer $\operatorname{dom} f$, $\operatorname{dom}_c f$, $\operatorname{dom}_d f$.

(2) Sans utiliser la calculatrice, étudier la périodicité de f.

(3) Sans utiliser la calculatrice, montrer que $\mathcal{G}$ admet l'axe de symétrie $x = \frac{\pi}{2}$.

(4) Déduire de (2) et (3) qu'il suffit d'étudier f sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

(5) Calculer et factoriser la dérivée de f.

(6) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

(7) En déduire le tableau de variations de f sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.[1]

(8) Esquisser $\mathcal{G}$ dans un repère convenablement choisi.

G. Lorang

[1] On ne demande pas d'étudier la concavité de la courbe.