2B Devoir de mathématiques I,3 4.12.09

Question 1 21 (=2+14+5) points

Soit les fonctions $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x}$ et $g : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x} - x + 1$.

(1) Déterminer les domaines de définition et de continuité de f et de g.

(2) Déterminer les limites de f aux bornes du domaine et interpréter graphiquement les résultats. Déterminer ensuite toutes les asymptotes au graphe de f.

(3) En déduire les asymptotes au graphe de g. On demande une démonstration rigoureuse.

Question 2 24 (=1+8+10+2+3)points

Soit la fonction $h : x \mapsto \dfrac{-x^3 + 3x + 2}{x^2 + x}$.

(1) Déterminer les domaines de définition et de continuité de h.

(2) Simplifier $h(x)$, puis étudier le signe de $h(x)$.

(3) Calculer les limites de h aux bornes du domaine, puis déterminer toutes les asymptotes au graphe de h. On notera Δ l'asymptote oblique.

(4) Etudier la position de $\mathcal{G}_h$ par rapport à Δ.

(5) Esquisser le graphe de h au voisinage des racines de la fonction, des points de discontinuité et de $\pm\infty$.

Question 3 15 (=5+5+5) points

En utilisant la définition déterminer $f'(a)$ dans chacuns des cas suivants. On demande également d'interpréter graphiquement le résultat et d'esquisser le graphe de la fonction au voisinage du point d'abscisse a.

(1) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ et $a = -1$;

(2) $f(x) = \sqrt{2x + 3}$ et $a = 0$;

(3) $f(x) = \dfrac{x}{x + 1}$ et $a = 2$.

G. Lorang