

Question 1

7 points

Compléter le tableau suivant (sens de variation, extréma, concavité, nature des points d'abscisses -1 et 1), puis esquisser le graphe de la fonction f dans un repère orthonormé (unité : 1 cm).

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	- $-\infty$		$+\infty$ + 1		-2 -
$f''(x)$	-		-		+
$f(x)$	$+\infty$ A.O.G: $y=-x$	0		4	0
\mathcal{G}_f					

Question 2

24 (=1+4+7+7+2+3) points

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{12x}{(x+2)^2}$.

- (1) Quels sont les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f ?
- (2) Etudier les limites de f aux bornes du domaine et en déduire les asymptotes éventuelles à \mathcal{G}_f .
- (3) Calculer f' et en déduire le tableau de variation de f .
- (4) Calculer f'' et en déduire la concavité et le point d'inflexion I de \mathcal{G}_f .
- (5) Etablir une équation cartésienne de la tangente t à \mathcal{G}_f au point I .
- (6) Esquisser t et \mathcal{G}_f dans un repère orthonormé (unité : 1 cm).

Question 3

4 points

Calculer en utilisant la règle de l'Hôpital :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{\sin^2(2x)}$$

Question 4**9 (=3+6) points**

- (1) Énoncer le théorème de Lagrange (ou théorème des accroissements finis).
- (2) On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ et deux réels non nuls a et b tels que $a < b$.
 - a) Quelle condition supplémentaire doivent vérifier les réels a et b pour que les hypothèses du théorème de Lagrange soient vérifiées ?
 - b) Sous ces hypothèses, déterminer un réel c tel que :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Question 5**16 (=1+2+6+7) points**

On considère la fonction $h : x \mapsto \frac{x^3}{1+x^2}$.

- (1) Étudier la parité de h .
- (2) Calculer : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [h(x) - x]$. Conclusion ?
- (3) Calculer h' et en déduire le sens de variation de h . Quelle est la nature du point d'abscisse 0 de \mathcal{G}_h ?
- (4) Calculer h'' et en déduire les points d'inflexion éventuels de \mathcal{G}_h .

G. Lorang