Nom : ……………………………… Prénom : …………………………………

2B Devoir de mathématiques III,1 14.05.2010

La V200 est autorisée.

Avertissement : Je tiendrai compte de la ***propreté de votre copie*** et du ***soin apporté à la rédaction*** !

Question 1 20 (=10+10) points

(1) Etudier ***l'existence*** et ***l'unicité*** d'un polynôme du 4^e^ degré f qui vérifie les conditions suivantes :

a) f admet en $x=-2$ un ***minimum absolu*** égal à 0 ;

b) $\mathcal{G}_f$ admet $A\left(2,3\right)$ ***comme point d'inflexion à tangente horizontale***.

(2) Déterminer ***tous*** les points d'inflexion de $\mathcal{G}_f$ et les équations des tangentes à $\mathcal{G}_f$ en ces points. Tracer ***avec précision*** le graphe de f et ces tangentes dans un repère orthonormé.

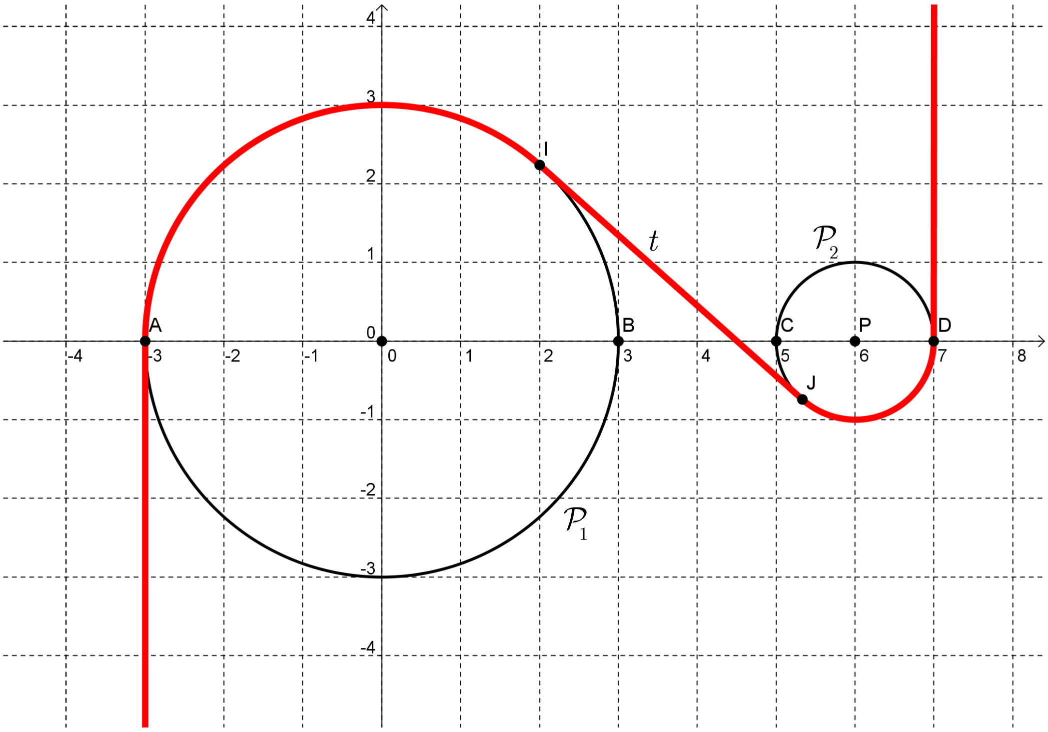
Question 2 18 points

On coupe une ficelle de longueur 1 m en deux morceaux. Avec le premier morceau, on forme un carré, avec le 2^{e} morceau un triangle équilatéral. En quel point faut-il couper (ou non) la ficelle pour que ***la somme des aires du carré et du triangle équilatéral*** soit a) la plus petite et b) la plus grande possible ? Préciser dans les deux cas les dimensions du carré et du triangle (valeurs exactes et approchées à 1 mm près).

Tournez s.v.p.

Question 3 22 (=4+10+8) points

Sur la figure ci-dessous, une corde rouge est tendue entre deux poulies $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$, représentées par les cercles de diamètres $[AB]$ et $[CD]$ respectivement. Le but de l'exercice est de déterminer la longueur du morceau de corde reliant les points A et D.

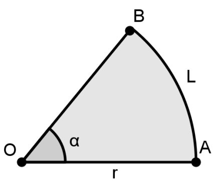


(1) Ecrire les équations

- du demi-cercle ***supérieur*** de diamètre $[AB]$, sous la forme $y = f(x)$.
- du demi-cercle ***inférieur*** de diamètre $[CD]$, sous la forme $y = g(x)$.

(2) Déterminer les coordonnées exactes des points de contact I et J de la ***tangente commune*** t à ces demi-cercles. Donner également une équation cartésienne de t.
Avertissement : la V200 cherche longtemps avant de trouver seulement des valeurs ***approchées*** $x_I = 2$ et $x_J = 5,33333\ldots$. On utilisera la valeur exacte de x_J, c.-à-d. $\frac{16}{3}$.

(3) En déduire la longueur l du morceau de corde reliant les points A et D à 10^{-2} près. (***Rappel*** : La ***longueur*** L d'un arc de cercle est égal au produit de l'angle au centre α ***en radians*** par le rayon r du cercle : $L = \alpha \cdot r$.)



G. Lorang