

**Durée : 60' - Calculatrice autorisée**  
**Je tiendrai compte de la présentation de la copie !**

**Question 1**

20 (=10+10) points

- (1) a) Montrer que si  $f$  est une fonction *dérivable* en un réel  $a$ , alors  $f$  est *continue* en  $a$ . b) Montrer que la *reciproque* de cette propriété est *fausse*.
- (2) a) *Enoncer* et *démontrer* la formule sur la *dérivée d'un produit* de deux fonctions.

**Question 2**

15 (=1+2+2+6+2+2) points

Soit la fonction

$$f : x \mapsto x^4 - 2x^3.$$

- (1) Quels sont les domaines d'existence, de continuité et de dérivabilité de  $f$ ?
- (2) Déterminer les racines de  $f$ .
- (3) Etudier les limites et le comportement asymptotique de  $f$  en  $\pm\infty$ .
- (4) Calculer la dérivée de  $f$  et en déduire le tableau de variations de  $f$ .
- (5) Déterminer une équation de la tangente  $t$  à  $\mathcal{G}_f$  en  $x = 1$ .
- (6) Représenter graphiquement  $f$  dans un repère orthonormé.

**Question 3**

25 (=1+2+10+8+4) points

Soit la fonction

$$f : x \mapsto \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

- (1) Quels sont les domaines d'existence, de continuité et de dérivabilité de  $f$ ?
- (2) Etudier la parité de  $f$ .
- (3) a) Etudier les limites de  $f$  aux bornes du domaine et déterminer toutes les asymptotes au graphe de  $f$ . b) Etudier la position de  $\mathcal{G}_f$  par rapport à l'asymptote oblique.
- (4) Calculer la dérivée de  $f$  et en déduire le tableau de variations de  $f$ .
- (5) Représenter graphiquement  $f$  et ses asymptotes dans un repère orthonormé.