

*Durée : 55'**Calculatrice non autorisée***Question 1****14 (=8+6) points**

- (1) On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$. a) Justifier qu'on peut appliquer le théorème de Lagrange à cette fonction sur un intervalle $[a, b]$ tel que $0 \leq a < b$.
b) Déterminer le réel c de $]a, b[$ dont le théorème de Lagrange assure l'existence.
- (2) Calculer une valeur approchée de $\sqrt{4,09}^3$ sans utiliser la calculatrice.

Indication : considérer la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}^3$.

Question 2**20 (=10+10) points**

Pour les fonctions f et g ci-dessous, on demande de déterminer : a) le domaine de définition et de dérivabilité, b) les limites aux bornes du domaine ¹ et c) la dérivée et le tableau de variation.

$$(1) \quad f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x$$

$$(2) \quad g(x) = \frac{2x-3}{(2-x)^2}$$

Question 3**26 (=1+5+9+7+4) points**

On donne la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2}{1-|x|} - x$.

- (1) Déterminer le domaine de définition et de continuité de f .
- (2) Ecrire $f(x)$ sous forme d'une fraction rationnelle en distinguant les deux cas :
a) $x \geq 0$ et b) $x \leq 0$. ²
- (3) Calculer les limites aux bornes du domaine de la fonction et rechercher toutes les asymptotes au graphe de f .
- (4) Calculer la dérivée de f a) si $x > 0$ et b) si $x < 0$. Etudier ensuite si f est dérivable en 0 et en déduire le domaine de dérivabilité de f .
- (5) En quelle(s) abscisse(s) la fonction f admet-elle a) un maximum et b) un minimum ? (On ne demande ni les ordonnées des extréma, ni le tableau de variation de f .)

¹ On ne demande pas de rechercher les asymptotes éventuelles au graphe de la fonction !

² Il est sous-entendu que $x \in \mathcal{D}f$.