Nom : .... Prénom : ....

2B1 Devoir de mathématiques III,1 20.05.2014

Question 1 34 (=1+3+14+12+4) points

On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{4\sqrt{x}}{x+1}$ et on note $\mathcal{G}_f$ son graphe.

(1) Déterminer les domaines de définition et de continuité de f.

(2) Déterminer les limites aux bornes du domaine de f et interpréter graphiquement les résultats. Préciser en particulier les asymptotes éventuelles à $\mathcal{G}_f$.

(3) a) Calculer la dérivée de f. Etudier en particulier la dérivabilité en 0 de la fonction et interpréter graphiquement le résultat. Préciser le domaine de f'. b) En déduire le tableau de variation de f. c) Déterminer les équations des (demi)-tangentes à $\mathcal{G}_f$ aux points d'abscisses 0, 1 et 2.

(4) Calculer f'' et préciser son domaine. En déduire la concavité du graphe de f ainsi que les points d'inflexion éventuels.

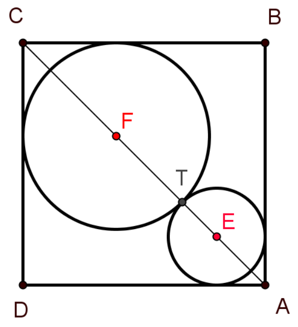
(5) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé du plan (unité 1 cm).

Question 2 12 (=5+7) points

Calculer les limites suivantes en utilisant au besoin la règle de l'Hospital et en justifiant l'emploi de cette règle :

(1) $\displaystyle\lim_{x\to -3} \frac{x^3+5x^2+3x-9}{2x^3+11x^2+12x-9}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

Question 3 14 points



Dans un carré de côté 1 m on trace deux disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ de centres respectivement E et F sur la diagonale $[AC]$, tels que :

a) $\mathcal{D}_1$ est tangent aux côtés $[AB]$ et $[AD]$,

b) $\mathcal{D}_2$ est tangent aux côtés $[CB]$ et $[CD]$,

c) $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont tangents en T.

On note r le rayon du disque $\mathcal{D}_1$ et r' le rayon du disque $\mathcal{D}_2$.

(1) Montrer que $r + r' = 2 - \sqrt{2}$.

(2) Déterminer ensuite le minimum de la fonction $f : r \mapsto \text{aire}\left(\mathcal{D}_1\right) + \text{aire}\left(\mathcal{D}_2\right)$.

Bonus : Déterminer aussi le maximum de f sachant que les deux disques ne doivent pas dépasser les bords du carré. **(3 points)**

G. Lorang