

Question 1

22 (=2+4+5+6+5) points

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.

- (1) Déterminer les domaines de *définition* et de *continuité* de f .
- (2) Etudier la *parité* la *périodicité* de f : en déduire qu'il suffit d'étudier la fonction sur l'intervalle $D = [0, \pi]$.
- (3) Déterminer toutes les *asymptotes* au graphe de f .
- (4) Préciser le domaine de f' , calculer et simplifier autant que possible $f'(x)$. En déduire le *tableau de variation* de f sur $[-\pi, \pi]$.
- (5) Préciser le domaine de f'' , calculer $f''(x)$ et en déduire le *tableau de concavité* sur $[-\pi, \pi]$ ainsi que *tous* les points d'inflexions du graphe de f .

Question 2

14 (=8+6) points

- (1) *Copier* et *compléter* sans donner de justification :
 - a) La fonction Arcsin est la bijection réciproque de la fonction
 - b) $(\forall x \in \dots)(\forall y \in \dots) \quad y = \text{Arccos } x \Leftrightarrow \dots$
 - c) $(\forall x \in \dots) \quad \tan(\text{Arctan } x) = \dots$
 - d) $(\forall x \in \dots) \quad \text{Arccos}(-x) = \dots$
 - e) $(\forall x \in \dots) \quad \cos(\text{Arcsin } x) = \dots$
- (2) *Compléter* et *démontrer* : $(\forall x \in \dots) \quad \text{Arctan}'(x) = \dots$

Question 3

14 (=10+4) points

- (1) Déterminer le domaine A et l'ensemble des images B de la fonction

$$g : x \mapsto 5 \left[\text{Arcsin}(4x^2 - 4x) - \frac{\pi}{2} \right].$$

- (2) Déterminer les racines de g . Est-ce que g est une bijection de A vers B ?

Question 4

10 (=2+8) points

Soit la fonction $h : x \mapsto x\sqrt{4-x^2} + 4 \text{Arcsin} \frac{x}{2}$.

- (1) Déterminer le domaine de définition de h .
- (2) Déterminer une constante a telle que $h'(x) = a\sqrt{4-x^2}$. Préciser pour quels réels x , le nombre dérivé $h'(x)$ existe en justifiant la réponse.