Nom : ……………………………… Prénom : ……………………………..

2C1 Devoir de mathématiques III,3 5.07.06

Question 1 30 (=5+6+8+4+5+2) points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on donne les points $A(1,-2,-4)$, $B(3,-1,0)$ et $C(-1,2,-5)$.

(1) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

(2) Etablir des équations paramétriques du plan ABC.

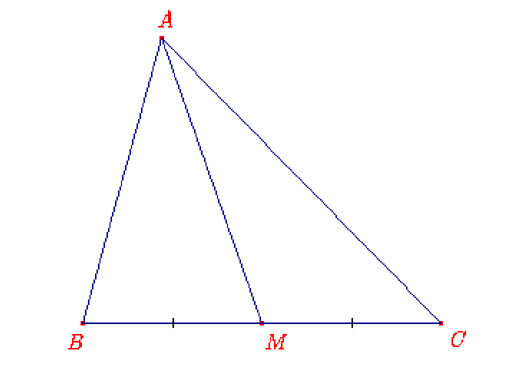
(3) Le point $D(5,-5,1)$ appartient-il au plan ABC ?

(4) Montrer que le vecteur $\vec{n}(17,6,-10)$ est normal au plan ABC.

(5) En déduire une équation cartésienne du plan ABC.

(6) Retrouver alors d'une autre façon le résultat de la question (3).

Question 2 18 (=4+2+4+4+4) points



Soit ABC un triangle quelconque et M le milieu du côté $[BC]$. Le but de cet exercice est de démontrer l' « ***identité de la médiane*** » :

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{AM}^2 + \frac{\overline{BC}^2}{2}.$$

Compléter la démonstration suivante :

(1) On a : $\overrightarrow{AB}^2 = \left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}\right)^2 =$ ………………………………………………

$=$ ………………………………………………

(2) De même : $\overrightarrow{AC}^2 =$ ………………………………………………………………

(3) Or : $2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MC} =$ ………………………………………………

(4) Par ailleurs, on peut exprimer $\overline{MB}^2$ et $\overline{MC}^2$ en fonction de $\overline{BC}^2$:

$\overline{MB}^2 =$ …………………………………… et $\overline{MC}^2 =$ …………………………

(5) Donc : $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 =$ ………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Question 3 — 12 points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on donne les points $A(3,1,-5)$, $B(5,-3,-2)$ et $C(8,-1,-5)$. Montrer que le triangle ABC est isocèle et donner une valeur approchée à 10^{-4} près en radians de ses trois angles.

G. Lorang