2D1	Devoir de mathématiques III,2	9.06.09

Question 1 — 25 (=8+8+9) points

Résoudre les équations trigonométriques suivantes après avoir déterminé les conditions d'existence éventuelles. Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique et simplifier l'ensemble de solutions autant que possible.

(1) $\cos x + \cos 3x + 2\cos 2x = 0$

(2) $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos x$

(3) $\tan\beta = 4 - 3\cot\beta$

Question 2 — 24 (=4+6+10+4) points

On se propose d'étudier la fonction $f : x \mapsto \sin 2x \cdot \cos x$.

(1) Montrer que f est ***périodique*** de période 2π et ***impaire***. En déduire qu'il suffit d'étudier f sur l'intervalle $[0,\pi]$.

(2) Montrer que pour tout réel x :

$$f'(x) = \cos x \cdot (-1 + 3\cos 2x)$$

Indication : utiliser notamment les ***formules de duplication*** et les ***formules de Carnot***.

(3) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur $[0,\pi]$, puis dresser le tableau de variation de f sur $[0,\pi]$.

(4) Représenter graphiquement f sur $[-\pi,\pi]$ dans un repère orthogonal bien choisi.

Question 3 — 11 (=2+3+6) points

(1) Recopier et compléter : $\operatorname{Arctan} x = y \Leftrightarrow ...$

(2) Préciser les domaines de continuité et de dérivabilité de la fonction Arcsin, puis donner (sans démonstration) la dérivée de cette fonction.

(3) Soit les fonctions

$$f : x \mapsto \operatorname{Arccos} x \quad \text{et} \quad g : x \mapsto \operatorname{Arccos}\left(\frac{x}{2}\right)$$

Représenter graphiquement les deux fonctions dans un repère orthonormé du plan en précisant la transformation géométrique qui permet de passer de $\mathcal{G}_f$ à $\mathcal{G}_g$. Préciser les demi-tangentes verticales éventuelles à $\mathcal{G}_f$ et $\mathcal{G}_g$.

G. Lorang