2D1 Devoir de mathématiques III,3 30.06.09

Question 1 10 (=3+7) points

(1) Justifier que le système d'équations de paramètre réel α

$$(S)\quad \begin{cases} x\cdot\cos\alpha - y\cdot\sin\alpha = \cos(2\alpha) \\ x\cdot\sin\alpha + y\cdot\cos\alpha = \sin(2\alpha) \end{cases}$$

admet toujours une solution unique (x,y).

(2) Calculer et simplifier à l'aide du formulaire trigonométrique la solution unique du système (S).

Question 2 20 (=19+1) points

(1) Discuter, résoudre et interpréter géométriquement le système suivant en fonction du paramètre réel m :

$$(\Sigma)\quad \begin{cases} mx + 2y = m-1 \\ x + (m-1)y = -2m \end{cases}$$

(2) Résoudre le système (Σ) lorsque $m = 3$.

Question 3 18 (=3+3+4+8) points

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on donne les points $A(2,3,-1)$, $B(-1,4,1)$, $C(3,7,0)$ et $D(4,9,-1)$.

(1) Est-ce que les points A, B et C sont alignés ?

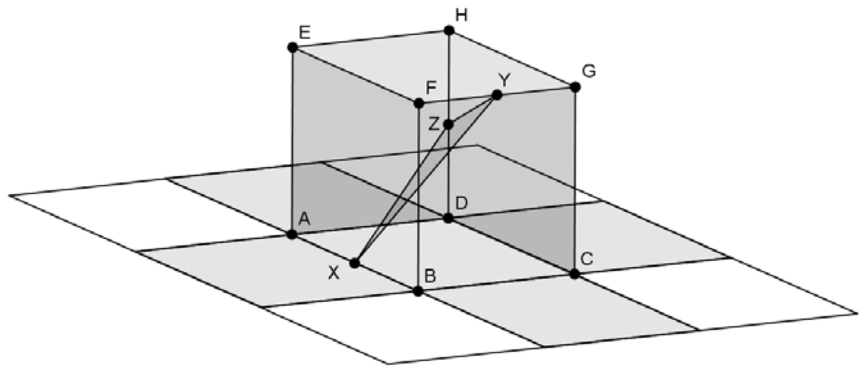
(2) Est-ce que les droites $d = (AB)$ et $d' = (CD)$ sont parallèles ?

(3) Etablir les équations paramétriques des droites d et d'.

(4) Etudier l'intersection des droites d et d'. Comment appelle-t-on les droites d et d' dans ce cas ?

Question 4 12 (=6+6) points

On considère le cube de la figure ci-dessous et on munit l'espace du repère orthonormé $\mathcal{R} = \left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.



Soit $X = \text{mil}[AB]$, $Y = \text{mil}[FG]$ et $Z = \text{mil}[HD]$.

(1) Déterminer les coordonnées des points A, B, F, G, H, D, X, Y, Z dans le repère $\mathcal{R}$.

(2) Calculer les longueurs XY, YZ et XZ. En déduire la nature du triangle XYZ.

G. Lorang