

*Durée : 105' - Calculatrice autorisée
uniquement dans les questions marquées.*

Question 1**6 points**

Démontrer le théorème d'Al-Kashi dans le cas d'un triangle obtusangle (avec figure).

Question 2**12 (=8+4) points**

(1) Exprimer en fonction d'un angle compris entre 0 et $\frac{\pi}{4}$ radians. On demande d'écrire toutes les étapes, c.-à-d. d'utiliser au plus une formule par ligne.

a) $\sin\left(-\frac{108\pi}{7}\right)$

b) $\cos\left(\frac{48\pi}{5}\right)$

c) $\tan\left(-\frac{89\pi}{12}\right)$

(2) Simplifier autant que possible l'expression suivante (on ne demande pas les conditions d'existence) :

$$\cot\left(x + 3\pi\right)\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - \frac{\cos\left(x + \frac{5\pi}{2}\right)}{\tan\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)}$$

Question 3**8 points**

Soit α un angle orienté du 3^e quadrant tel que $\cot\alpha = \frac{4}{3}$. a) Déterminer les valeurs exactes de $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$ sans utiliser la calculatrice. b) Construire avec précision sur le cercle trigonométrique $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$ et l'angle α . c) Déterminer à l'aide de la calculatrice la mesure principale de l'angle α en radians.

**Question 4****9 (=4+5) points**

(1) Résoudre l'équation trigonométrique $\cos^4 x + \cos^2 x = \frac{3}{4}$ et écrire l'ensemble de solutions aussi simplement que possible.



(2) Résoudre l'équation trigonométrique $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -\frac{2}{5}$, puis donner toutes les solutions à 10^{-4} près dans l'intervalle $[-3\pi, 4\pi]$.

Question 5

7 (=2+5) points

On considère la fonction $f : x \mapsto \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

- (1) Quel est le domaine de f ? Etudier la parité et la périodicité de f .
- (2) Construire le graphe de la fonction f sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ dans un repère orthogonal bien choisi en expliquant votre démarche. (On ne demande pas le graphe des fonctions intermédiaires.)

Question 6

8 (=5+3) points

- (1) Démontrer l'identité suivante après avoir déterminé les conditions d'existence :

$$\left(1 + \cot \beta + \frac{1}{\sin \beta}\right) \left(1 + \tan \beta - \frac{1}{\cos \beta}\right) = 2$$

- (2) Montrer que l'expression suivante est indépendante du réel a :

$$\sin^4 a - \cos^4 a + 2 \cos^2 a$$



Question 7

10 (=4+3+3) points

- (1) Déterminer l'aire *exacte* d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement 10, 17 et 21 cm.
- (2) Déterminer les trois angles en degrés-minutes-secondes de ce triangle.
- (3) Déterminer ensuite les longueurs *exactes* des trois hauteurs du triangle, sous forme de fractions irréductibles.

G. Lorang