Nom : .... Prénom : ....

3B1 Devoir de mathématiques II,1 16.05.2012

Durée : 90'

Calculatrice autorisée uniquement dans les questions marquées

Question 1 6 points

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère orthonormé du plan. Démontrer que deux vecteurs $\vec{u}\left(x,y\right)$ et $\vec{v}\left(x',y'\right)$ sont orthogonaux si et seulement si $xx'+yy'=0$.

Question 2 18 (=4+8+2+2+2) points

Dans un repère orthonormé du plan, soit les points $A\left(-3,2\right)$, $B\left(10,3\right)$ et $C\left(4,-9\right)$.

(1) Montrer que le triangle ABC est isocèle en A. Est-il rectangle en A ?

(2) Déterminer les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC.

(3) Calculer une valeur approchée de l'angle $\alpha=\widehat{BAC}$ en degrés-minutes-secondes.

(4) Déterminer la valeur exacte de l'aire du triangle ABC.

(5) Déterminer le point D tel que $ABDC$ soit un losange.

Question 3 8 points

Dans un repère orthonormé du plan, on donne le point $A\left(-1,5\right)$. Déterminer les coordonnées du point B tel que la médiatrice m de $\left[AB\right]$ ait comme équation cartésienne $2x+y+3=0$.

Question 4 10 (=5+5) points

Dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne deux familles de droites :

$$d_m:-mx+y=1 \quad \text{et} \quad e_m:5x+\left(m+6\right)y=4-m,$$

où m est un paramètre réel.

(1) Pour quelles valeurs de m les droites d_m et e_m sont-elles a) strictement parallèles ? b) confondues ?

(2) Pour quelle valeur de m les droites d_m et e_m sont-elles perpendiculaires ? Donner trois points et un vecteur directeur de chacune des deux droites, puis représenter dans un repère orthonormé les droites pour cette valeur de m .

Tournez s.v.p.

Question 5 10 points

On donne les quatre points $A(1,1)$, $B(3,5)$, $C(6,-4)$ et $D(10,4)$ dans un repère orthonormé du plan. Montrer que ces quatre points appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre, le rayon et l'équation cartésienne développée.

Question 6 8 (=3+3+2) points

Dans un repère orthonormé du plan, on donne l'ensemble $\mathcal{E}$ des points du plan vérifiant l'équation cartésienne $x^2 + y^2 + 8x + 4y - 12 = 0$.

(1) Montrer que $\mathcal{E}$ est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

(2) Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{E}$ avec la droite $d : y = x + 2$.

(3) Déterminer une équation cartésienne de la tangente à $\mathcal{E}$ en $A(0,2)$.

G. Lorang