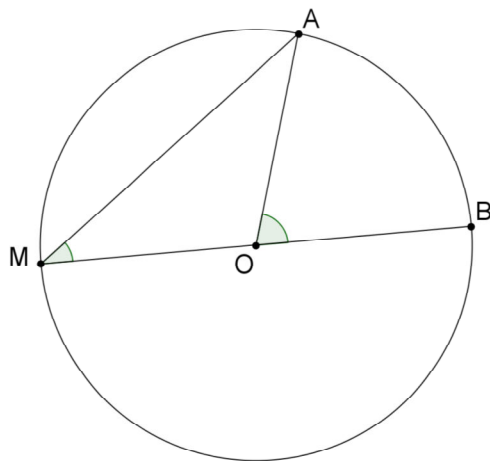


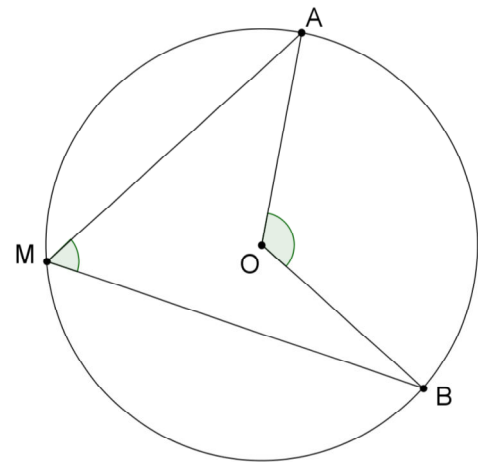
*Durée : 60'**Calculatrice autorisée dans les questions marquées.***Question 1****10 points**

Ecrire la thèse du théorème de l'angle au centre et en donner la démonstration dans les cas de figure suivants :

a)



b)



On ne demande pas de refaire les figures. On pourra annoter les figures ci-dessus.

Question 2**10 (=1+6+3) points**

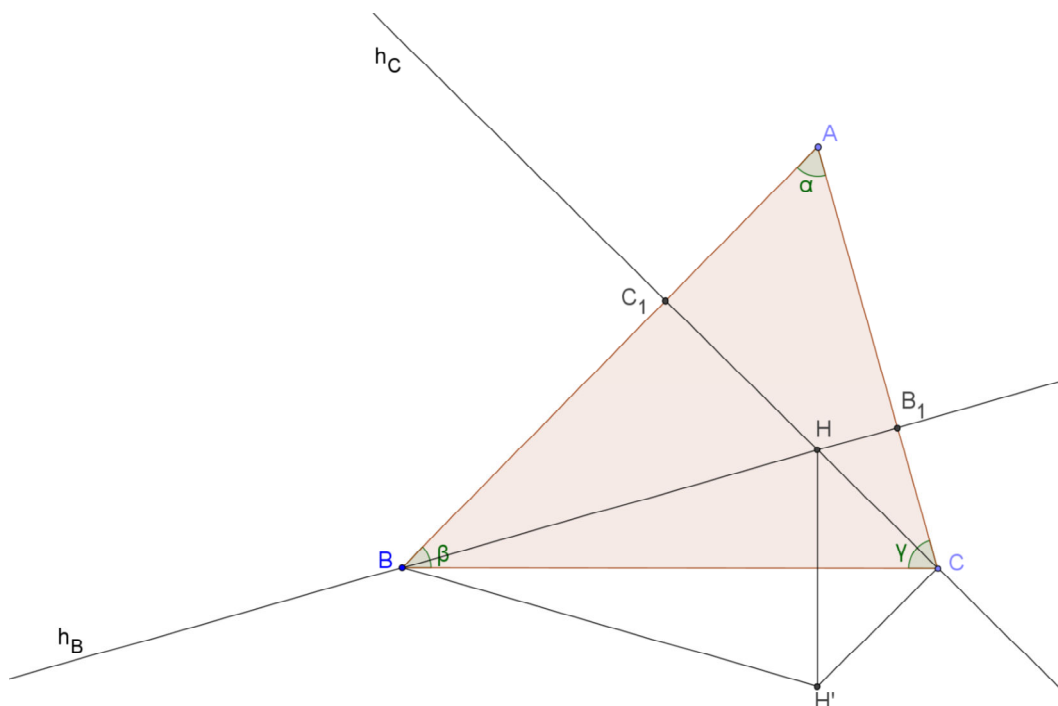
On se place dans un repère orthonormé du plan.

- (1) Rappeler la formule qui donne la distance d'un point $M(x_0, y_0)$ à une droite $d : ax + by + c = 0$ (sans démonstration).
- (2) Décrire géométriquement l'ensemble \mathcal{L} des points du plan, équidistants des droites $d_1 : y = x$ et $d_2 : x + \sqrt{3}y = 0$ (avec figure) et donner les équations cartésiennes des deux droites formant \mathcal{L} sous forme explicite. (On ne demande pas dans cette question de rendre rationnel les dénominateurs.)
- (3) En déduire la valeur exacte de $\tan \frac{\pi}{24}$ sous la forme la plus simple, c.-à-d. avec un dénominateur rationnel.

Tourner s.v.p.

Question 3

10 points



Sur la figure ci-dessus, ABC est un triangle acutangle (c.-à-d. les trois angles α , β et γ sont aigus), H est son orthocentre et H' est le symétrique de H par rapport à $[BC]$.

- (1) Calculer les angles suivants en fonction de α , β et γ en justifiant à chaque fois les réponses :
- a) $\widehat{ABB_1}$ et $\widehat{ACC_1}$, où B_1 et C_1 sont les pieds des hauteurs h_B et h_C ;
 - b) $\widehat{B_1BC}$ et $\widehat{C_1CB}$;
 - c) $\widehat{CBH'}$ et $\widehat{BCH'}$;
 - d) $\widehat{BH'C}$
- (2) Que peut-on dire du quadrilatère $ABH'C$ d'après la question (1d) ? A quel ensemble de points remarquable le point H' appartient-il ? Pouvez-vous citer (sans démonstration) deux autres points appartenant à cet ensemble ?

Question 4

10 points

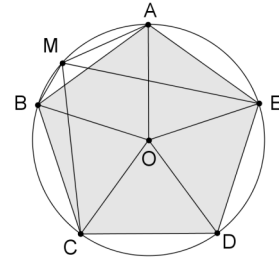
On donne les quatre points $A(1,1)$, $B(3,5)$, $C(6,-4)$ et $D(10,4)$ dans un repère orthonormé du plan. Montrer que ces quatre points appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre, le rayon et l'équation cartésienne développée.

Tourner s.v.p.

Question 5

7 (=4+3) points

Sur la figure ci-contre, $ABCDE$ est un *pentagone régulier* inscrit dans le cercle de centre O et M est un point de l'arc \widehat{AB} .



(1) Compléter ci-dessous les angles demandés sans justifier votre réponse !

- $\widehat{AOB} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{OAB} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{ABC} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{AME} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{CME} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{BMC} = \dots\dots\dots$
- $\widehat{AMB} = \dots\dots\dots$

(2) Calculer $\widehat{BCM} + \widehat{MEA}$ en justifiant la réponse !



Question 6

13 (=9+4) points

(1) Calculer les sommes suivantes après les avoirs écrits à l'aide du symbole sommatoire Σ et en justifiant les résultats :

- a) $A = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - \dots + 4096$
- b) $B = 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + \dots + 139$
- c) $C = 1215 + 405 + 135 + \dots + \frac{5}{81}$

(2) Calculer $S = \sum_{i=12}^{27} a_i$ sachant que $(a_n)_{n \geq 1}$ est une suite arithmétique avec :

$$a_{16} = 4 \text{ et } a_{22} = 6.$$

G. Lorang