Question 1

a) $y = \dfrac{3}{x-2} - 1$ b) $y = \dfrac{1}{2}\left(x+1\right)^2$

c) $y = -\left|x+3\right| + 4$ d) $y = \left|-\dfrac{x^3}{2} + 4\right|$

e) $y = 2\sqrt{3-x}$ f) $y = -\sqrt{x+3} + 2$

Question 2

(1) Pente : $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-2-1}{7-3} = -\dfrac{3}{4}$.

Donc : $d : y = -\dfrac{3}{4}x + k$.

$A\left(3,1\right) \in d \Leftrightarrow 1 = -\dfrac{9}{4} + k \Leftrightarrow k = \dfrac{13}{4}$.

Finalement : $d : y = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{13}{4}$.

(2) $2x - 5y = 1 \Leftrightarrow 5y = 2x - 1 \Leftrightarrow y = \dfrac{2}{5}x - \dfrac{1}{5}$. La fonction affine cherchée est donc $f : x \mapsto \dfrac{2}{5}x - \dfrac{1}{5}$. Cette fonction est strictement croissante puisque le coefficient directeur $\dfrac{2}{5}$ est strictement positif.

Question 3

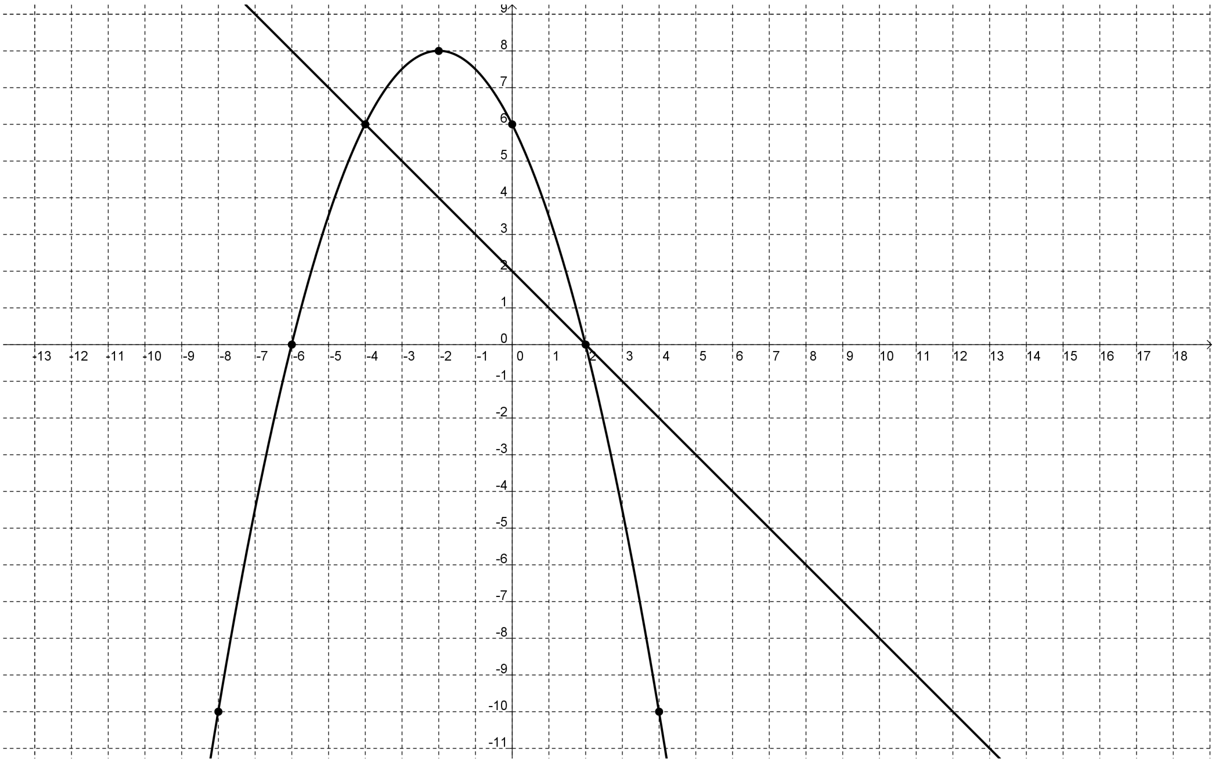
(1) a) Explications : g est du 2^e^ degré, donc son graphe est une parabole.

Sommet :

$$S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = S\left(-2, -\frac{4+12}{-2}\right) = S\left(-2, 8\right).$$

La parabole $\mathcal{G}_g$ a comme équation $Y = -\dfrac{1}{2}X^2$ dans le repère translaté de sommet S.

b) Représentation graphique :



(2) a) $g\left(x\right)=2-x \Leftrightarrow -\dfrac{x^2}{2}-2x+6=2-x$

$\Leftrightarrow -x^2-4x+12=4-2x$

$\Leftrightarrow x^2+2x-8=0$

On calcule le discriminant de cette équation : $\Delta = 4+32=36$ et on en déduit les racines : $x_1=-4$ et $x_2=2$.

b) Les solutions de l'équation $g\left(x\right)=2-x$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{G}_g$ et de la droite d'équation $y=2-x$, donc 2 et -4.

Question 4 10 (=1+4+3+2) points

(1) Les arrêts en E, B et F durent respectivement 5, 15 et 10 minutes.

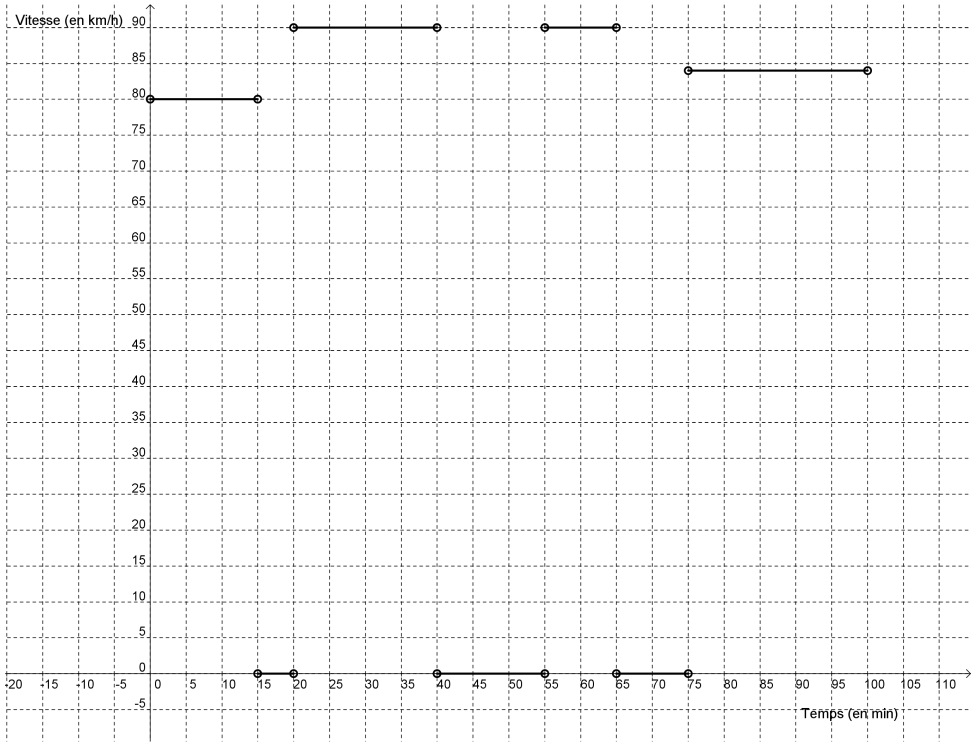
(2) Pour le trajet $A \mapsto E$: $v_1=\dfrac{20}{15}$ km/min $=\dfrac{20}{15}\cdot 60$ km/h $=80$ km/h.

Pour le trajet $E \mapsto B$: $v_2=\dfrac{30}{20}$ km/min $=\dfrac{30}{20}\cdot 60$ km/h $=90$ km/h.

Pour le trajet $B \mapsto F$: $v_3=\dfrac{15}{10}$ km/min $=\dfrac{15}{10}\cdot 60$ km/h $=90$ km/h.

Pour le trajet $F \mapsto A$: $v_4=\dfrac{35}{25}$ km/min $=\dfrac{35}{25}\cdot 60$ km/h $=84$ km/h.

(3) Graphe de la fonction v :



(4) L'exercice n'est pas réaliste car la vitesse du train ne peut ni décroître instantanément de 80 km/h à 0 ni croître instantanément de 0 à 90 km/h. Il y a des phases de freinage et d'accélération.

Question 5

Le sommet de $\mathcal{P} : y = -x^2 + 2mx + k$ a comme abscisse $-\dfrac{2m}{2} = m$. Donc $m = 4$. Le point $\left(-1,0\right)$ appartient à $\mathcal{P}$ ssi $0 = -1 - 2m + k \Leftrightarrow k = 1 + 2m = 9$. D'où l'équation de $\mathcal{P} : y = -x^2 + 8x + 9$. L'ordonnée du sommet est :

$$y_S = -4^2 + 8 \cdot 4 + 9 = -16 + 32 + 9 = 25\,.$$

Donc : $S\left(4,25\right)$. C'est un maximum puisque le coefficient de x^2 est négatif (-1).

Tableau de variations :

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f\left(x\right)$	$\nearrow$	25 (M)	$\searrow$