Nom : .... Prénom : ....

3C2 Corrigé du devoir de mathématiques III,1 26.04.10

Question 1

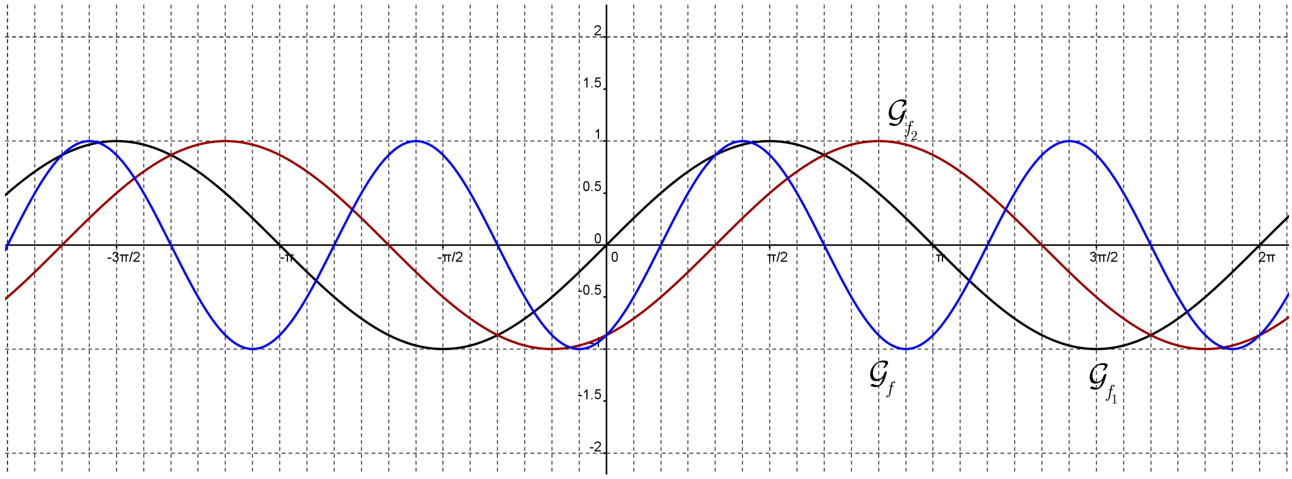
(1) Fonctions intermédiaires ***dans l'ordre correct*** :

a) $f_1 : x \mapsto \sin x$

b) $f_2 : x \mapsto \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

c) $f : x \mapsto \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

(2) ***Représentations graphiques*** :



Question 2

(1) a) $y = 2\cos\left(x\right) + 1$ b) $y = \tan\left(\frac{x}{2}\right) - 1$

c) $y = \left|4\cos\left(x\right)\right|$ d) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

(2) a) $k\left(x\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = -\cos\left(2x\right)$

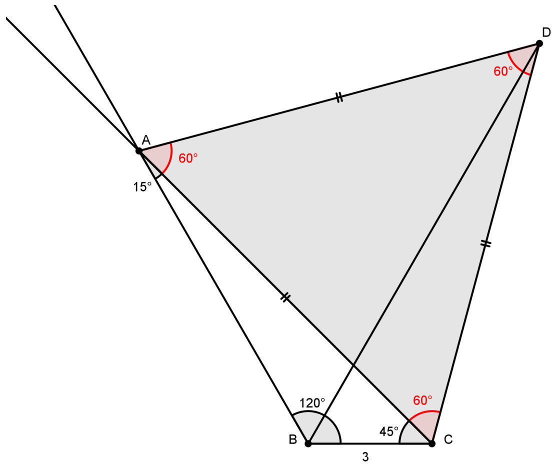
b) $l\left(x\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + 2x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \cos\left(2x\right)$

c) $m\left(x\right) = \cos\left(2x + \pi\right) = -\cos\left(2x\right)$

Les fonctions k et m sont égales et ont même graphe. La fonction l diffère de ces deux fonctions et a donc un graphe différent.

Question 3

(1)



(2) $\widehat{BAC} = 180° - 120° - 45° = 15°$

Relation aux sinus dans le triangle ABC :

$$\frac{AC}{\sin 120°} = \frac{BC}{\sin 15°} \Leftrightarrow AC = \frac{3\sqrt{3}}{2\sin 15°} = \frac{3\sqrt{6}+9\sqrt{2}}{2} \simeq 10,04$$

$$\frac{AB}{\sin 45°} = \frac{BC}{\sin 15°} \Leftrightarrow AB = \frac{3\sqrt{2}}{2\sin 15°} = 3+3\sqrt{3} \simeq 8,20$$

Aire du triangle ABC : $\frac{1}{2}\cdot BA \cdot BC \cdot \sin 120° = \frac{9\sqrt{6}}{8\sin 15°} = \frac{27+9\sqrt{3}}{4} \simeq 10,65$

(3) Relation d'Al-Kashi dans le triangle BCD :

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC\cdot CD \cdot \cos\left(105°\right)$$

$$\Leftrightarrow BD^2 = 9 + \frac{27}{4\sin^2 15°} - 2\cdot 3\cdot \frac{3\sqrt{3}}{2\sin 15°}\cdot \cos\left(105°\right)$$

$$\Leftrightarrow BD^2 \simeq 125,3538$$

$$\Leftrightarrow BD \simeq 11,20$$

Question 4

On a : $\widehat{BAN} = 180° - 42° = 138°$ et $\widehat{BNA} = 180° - 138° - 27° = 15°$.

Relation aux sinus dans le triangle ABN :

$$\frac{AN}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{N}}$$

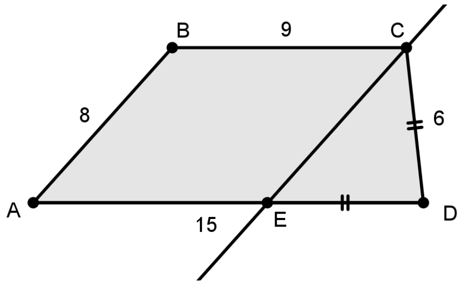
$$\Leftrightarrow \frac{AN}{\sin 27°} = \frac{10}{\sin 15°}$$

$$\Leftrightarrow AN = \frac{10\cdot \sin 27°}{\sin 15°}$$

Dans le triangle AMN, rectangle en M on a :

$$\sin 42° = \frac{MN}{AN} \Leftrightarrow MN = AN \cdot \sin 42° = \frac{10 \cdot \sin 27° \sin 42°}{\sin 15°} \simeq 11,74 \text{ m.}$$

Question 5



Par le point C, on mène une parallèle à $\left(AB\right)$. Cette parallèle coupe $\left[AD\right]$ en E. Comme $ABCE$ est un parallélogramme, on a : $CE = 8$ et $ED = 15 - 9 = 6$.

Déterminons les trois angles du triangle EDC :

$$CE^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \hat{D}$$
$$\Leftrightarrow 64 = 36 + 36 - 72 \cos \hat{D}$$
$$\Leftrightarrow \cos \hat{D} = \frac{64 - 72}{-72} = \frac{1}{9}$$
$$\Leftrightarrow \hat{D} \simeq 83,62°$$

Or, le triangle CED est isocèle en D et donc :

$$\widehat{CED} = \widehat{ECD} = \frac{180° - \hat{D}}{2} \simeq 48,19°.$$

On en déduit que : $\widehat{AEC} = \hat{B} = 180° - \widehat{CED} \simeq 131,81°$

Les deux autres angles du parallélogramme $ABCE$ sont les supplémentaires de cet angle et mesurent donc $\simeq 48,19°$.

Conclusion : Dans le trapèze $ABCD$, les angles internes valent respectivement :

$\hat{A} \simeq 48,19°$, $\hat{B} \simeq 131,81°$, $\hat{C} \simeq 2 \cdot 48,19° \simeq 96,38°$ et $\hat{D} \simeq 83,62°$.

La hauteur du trapèze est : $h = CD \sin \hat{D} \simeq 5,96$

L'aire du trapèze est : $\mathcal{A} = \frac{15+9}{2} \cdot h = 12h \simeq 71,55$

G. Lorang