

Nom : Corrigé

Prénom : .....

3C2

Devoir de mathématiques III,2

4.06.2010

1<sup>re</sup> partie : sans V200 (40')

Question 1

14 (4+2+4+4) points

Dans un repère orthonormé, on donne les points  $A(-2,1)$ ,  $B(4,3)$  et  $C(5,8)$ .

(1) Déterminer l'équation réduite de la droite  $(AB)$ .

$$\begin{aligned} \vec{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} &\Rightarrow \text{pente}(AB) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \text{Donc : } (AB) &\equiv y = \frac{1}{3}x + p \\ A \in (AB) &\Leftrightarrow 1 = \frac{1}{3}(-2) + p \\ &\Leftrightarrow p = \frac{5}{3} \\ \text{Donc : } (AB) &\equiv y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \end{aligned}$$

(2) Est-ce que  $C \in (AB)$  ?

$$\begin{aligned} C \in (AB) &\Leftrightarrow 8 = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} \quad \text{FAUX !} \\ \text{Donc } C &\notin (AB) \end{aligned}$$

(3) Déterminer une équation de la médiatrice  $m$  de  $[AB]$ .

$$\begin{aligned} m \perp (AB) &\Rightarrow \text{pente}(m) = -3 \\ m &\equiv y = -3x + p \\ I = \text{mil}[AB] &= (1, 2) \\ I \in m &\Leftrightarrow 2 = -3 \cdot 1 + p \\ &\Leftrightarrow p = 5 \\ \text{Donc } m &\equiv y = -3x + 5 \end{aligned}$$

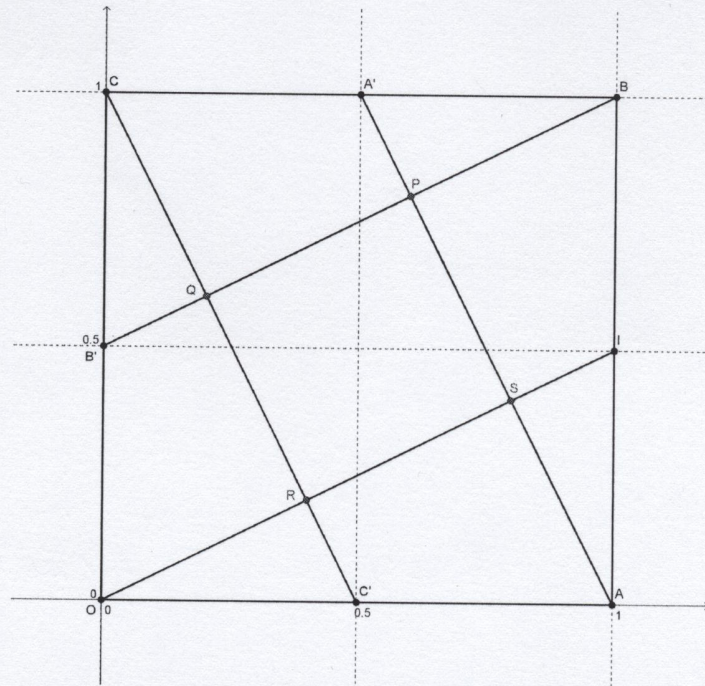
(4) Déterminer une équation de la hauteur  $h$ , issue de  $C$ , du triangle  $ABC$ .

$$\begin{aligned} h \parallel m &\Rightarrow \text{pente}(h) = -3 \\ h &\equiv y = -3x + p \\ C(5,8) \in h &\Leftrightarrow 8 = -3 \cdot 5 + p \\ &\Leftrightarrow p = 23 \\ \text{Donc } h &\equiv y = -3x + 23 \end{aligned}$$



Question 2

26 (=8+4+9+5) points



- (1) Observer le graphique ci-dessus et déterminer une équation cartésienne des droites  $(AA')$ ,  $(BB')$ ,  $(CC')$  et  $(OI)$ . Faire les calculs éventuels sur une feuille brouillon.

$(OI) \equiv y = \frac{1}{2}x$   $(AA') \equiv y = -2x + 2$

$(BB') \equiv y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$   $(CC') \equiv y = -2x + 1$

- (2) Compléter :

$(OI) \parallel (BB')$  car ... les deux droites ont même pente

$(AA') \parallel (CC')$  car " " " " " "

$(OI) \perp (CC')$  car ... le produit des pentes est  $\frac{1}{2} \cdot (-2) = -1$

On en déduit que  $PQRS$  est un ... rectangle

- (3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection  $Q$ ,  $R$ , et  $S$  de la figure.

$\{Q\} = (CC') \cap (BB')$	} ③ dans ① :
$Q \begin{cases} y = -2x + 1 & \text{①} \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{②} \end{cases}$	
① dans ② :	} Donc $Q\left(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}\right)$
$-2x + 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	
$\Leftrightarrow \frac{5}{2}x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$ ③	



$\{R\} = (OI) \cap (CC')$ $R \begin{cases} y = \frac{1}{2}x & (1) \\ y = -2x + 1 & (2) \end{cases}$ $(1) \text{ dans } (2) : \frac{1}{2}x = -2x + 1$ $\Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 1$ $\Leftrightarrow x = \frac{2}{5} \quad (3)$	$(3) \text{ dans } (1) :$ $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ Donc $R\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$
$\{S\} = (OI) \cap (AA')$ $S \begin{cases} y = \frac{1}{2}x & (1) \\ y = -2x + 2 & (2) \end{cases}$ $(1) \text{ dans } (2)$ $\frac{1}{2}x = -2x + 2$ $\Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \quad (3)$	$(3) \text{ dans } (1) :$ $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ Donc $S\left(\frac{4}{5}; \frac{2}{5}\right)$

(4) Calculer  $QR$  et  $RS$ . En déduire la nature du quadrilatère  $PQRS$ .

$QR = \sqrt{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{5}\right)^2}$ $= \sqrt{\frac{1}{25} + \frac{4}{25}}$ $= \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$	$RS = \sqrt{\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right)^2}$ $= \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{1}{25}}$ $= \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
Donc $QR = RS$ . Comme $PQRS$ est déjà un rectangle, on a démontré que c'est un carré.	

### Question 3

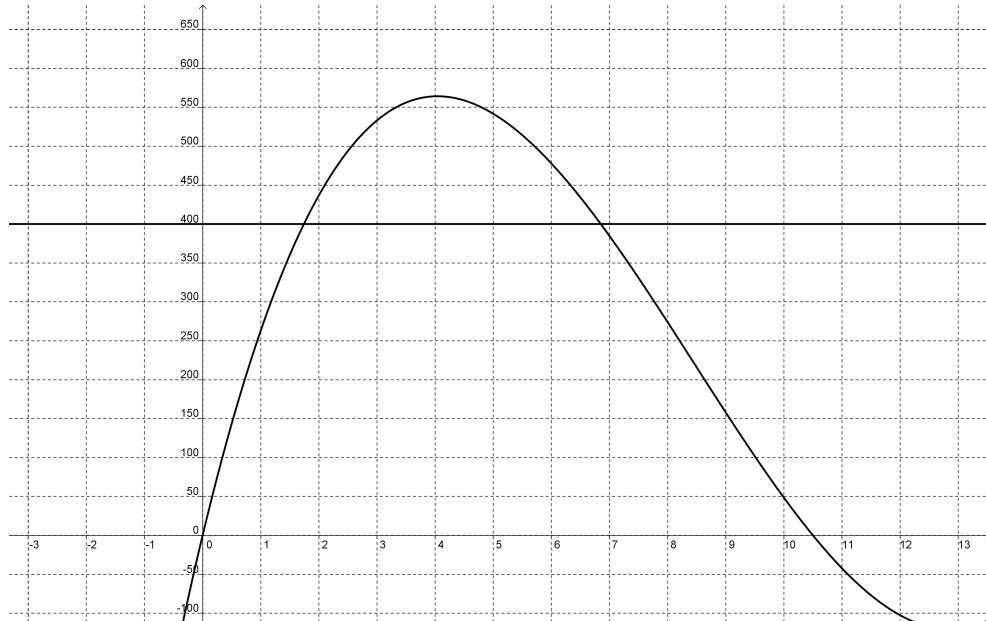
(1)  $b = 21 - 2x$  et  $a = \frac{29,7}{2} - x = 14,85 - x$

(2) On a :  $0 \leq x \leq \frac{21}{2} = 10,5$  et  $0 \leq x \leq 14,85$

Donc :  $0 \leq x \leq 10,5$

(3)  $v(x) = x(21 - 2x)(14,85 - x)$

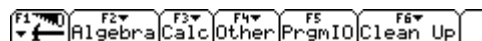
(4) Représentation graphique :



Le volume est maximal lorsque  $x \simeq 4,04$  et vaut alors :  $v_{\max} = 564,248 \text{ cm}^3$ .

(5)  $v(x) \leq 400 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1,74224$  ou  $6,8504 \leq x < 10,5$

Photos d'écran :



```

(21 - 2 * x) * (29.7 / 2 - x) * x → v(x)      Done
solve(v(x) ≤ 400, x)
6.8504 ≤ x ≤ 16.7574 or x ≤ 1.74224
solve(v(x) ≤ 400, x)
MAIN          RAD AUTO          FUNC 2/30

```

