

Durée : 110'

Sans calculatrice

Question 1

11 (=9+2) points

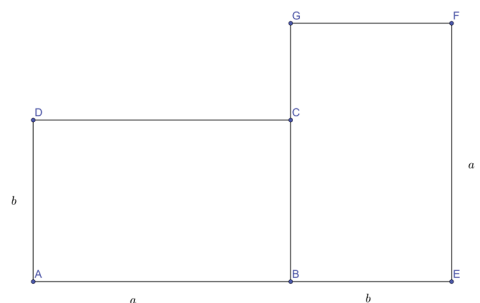
- (1) a) Donner les définitions des nombres trigonométriques $\cos x$, $\sin x$, $\tan x$ et $\cot x$ d'un nombre réel quelconque x à l'aide du cercle trigonométrique. Préciser les conditions d'existence si nécessaire.
- b) Illustrer ces définitions à l'aide d'une figure pour $x = \frac{7\pi}{6}$, et préciser les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{6}$, $\sin \frac{7\pi}{6}$, $\tan \frac{7\pi}{6}$ et $\cot \frac{7\pi}{6}$.
- (2) Représenter graphiquement la fonction \cos . L'abscisse doit varier de -2π à 2π .

Question 2

7 (=4+3) points

On donne deux longueurs a et b avec $a > b$. Par définition, le rapport a/b entre ces deux longueurs est égal au nombre d'or φ si le rapport de la somme des deux longueurs sur la plus grande est égal au rapport de la plus grande sur la plus petite.

- (1) a) Ecrire l'égalité comportant a et b traduisant cette définition du nombre d'or.
- b) A l'aide de cette égalité, trouver la valeur exacte du nombre d'or φ .
- (2) On dispose de 2 rectangles isométriques $ABCD$ et $BEFG$ de côtés a et b (avec $a > b$) comme sur la figure ci-contre. Montrer que A , C et F sont alignés si et seulement si $a/b = \varphi$



Question 3

7 points

Compléter le tableau suivant sur cette feuille par les valeurs exactes (si possible). On ne demande aucune justification ! Dans la 1^{re} ligne, il faut ajouter la mesure principale de l'angle !

α	$-\frac{17\pi}{3} \equiv \dots\dots$	$\frac{35\pi}{4} \equiv \dots\dots$	$\frac{59\pi}{2} \equiv \dots\dots$	$\frac{-73\pi}{6} \equiv \dots\dots$	$\frac{76\pi}{3} \equiv \dots\dots$	$-6\pi \equiv \dots\dots$
$\cos \alpha$						
$\sin \alpha$						
$\tan \alpha$						
$\cot \alpha$						

Question 4

9 (=1+8) points

$$\text{On donne : } \begin{cases} \tan x = -\frac{12}{5} \\ 0 < x < 4\pi \end{cases}$$

- (1) Dans quel(s) quadrant(s) l'angle x se trouve-t-il nécessairement ? Pourquoi ?
- (2) a) Calculer les valeurs exactes de $\cos x$, $\sin x$ et $\cot x$ en discutant si nécessaire suivant le quadrant dans lequel x se trouve. b) Exprimer ensuite toutes les solutions exactes x du système en utilisant la fonction Arctan.

Question 5

9 (=5+4) points

Démontrer que :

- (1) $(\cos x + \sin x)^3 + 2(\cos^3 x + \sin^3 x) = 3(\cos x + \sin x)$
- (2) $\cos^6 x + \sin^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$

Question 6

6 (=4+2) points

Simplifier autant que possible (au moins 2 étapes à préciser):

- (1) $\cos(4\pi - x) + \sin(\frac{9\pi}{2} + x) - \cos(x - \frac{3\pi}{2}) - \sin(7\pi + x)$
- (2) $\tan(-x + 5\pi) - \cot(x + \frac{5\pi}{2})$

Question 7

4 (=2+2) points

Exprimer en fonction d'un angle de l'intervalle $[0, \frac{\pi}{4}]$ (au moins 2 étapes à préciser) :

- (1) $\cos(\frac{23\pi}{5})$
- (2) $\sin(-\frac{47\pi}{9})$

Question 8

7 points

Un cycliste réalise en 45 min un parcours formé d'une montée de 5 km et d'une descente de 5 km. Sa vitesse à la descente dépasse celle à la montée de 10 km/h. Déterminer la valeur exacte en km/h de la vitesse moyenne du cycliste lors de la montée.

G. Lorang