

*Durée : 110'**Calculatrice autorisée***Question 1****15 (=3+8+4) points**

- (1) Soit  $S_n$  la somme des  $n$  premiers termes d'une suite géométrique de premier terme  $u_0$  et de raison  $q$ , avec  $q \neq 1$ . Démontrer la formule qui donne une expression explicite de  $S_n$ .
- (2) Ecrire les sommes suivantes sans le symbole de sommation  $\Sigma$  (indiquer au moins 4 termes pour chaque somme), puis calculer le résultat en utilisant les formules du cours, sans utiliser la calculatrice :

a)  $A = \sum_{k=0}^{25} (3-5k)$

c)  $C = \sum_{k=0}^{10} 4^k$

b)  $B = \sum_{k=8}^{70} k$

d)  $D = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3}{5^k}$

- (3) Calculer les sommes suivantes en remarquant que les termes sont en progression arithmétique ou géométrique (avec justifications) :

a)  $E = \frac{9}{32} - \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \dots - \frac{8192}{2187}$

b)  $F = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 1001$

**Question 2****16 (=6+3+2+5) points**On considère la fonction :  $f : x \mapsto 4 - \sqrt{2x+2}$ .

- (1) a) Déterminer le domaine de  $f$ . b) Déterminer le nombre d'antécédents d'un réel  $y$  donné (discussion avec justifications). c) En déduire l'ensemble-image de  $f$ . d) Déterminer les racines de  $f$ .
- (2) Etudier le sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau des variations.
- (3) Justifier que  $f$  définit une bijection de son domaine vers son ensemble-image et en donner la bijection réciproque  $f^{-1}$ .
- (4) Représenter graphiquement  $f$  et  $f^{-1}$  dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. On demande de préciser la nature des courbes de  $f$  et de  $f^{-1}$  et leurs éléments caractéristiques.

**Question 3****10 (=3+2+3+2) points**

Une voiture A, d'une valeur de 24'000 €, subit chaque mois une perte en valeur de 2,3 %.

Pour une voiture B, d'une valeur de 17'000 €, cette perte en valeur vaut 1,9 % par mois.

- (1) Donner les formules permettant de calculer les valeurs  $a_n$  et  $b_n$  des voitures A et B respectivement au bout de  $n$  mois, avec  $n \geq 0$ . Préciser la nature des suites  $a$  et  $b$ .
- (2) Au bout de combien de mois la valeur de A sera-t-elle inférieure à la moitié de son prix à neuf ?
- (3) Au bout de combien de mois la valeur de B sera-t-elle supérieure à celle de A ?
- (4) Quel est le taux annuel de dépréciation de la voiture A ?

Tournez s.v.p.

#### Question 4

3 points

Grand-mère distribue son gain de 7'500 € au loto à ses 10 petits-enfants dans l'ordre de leurs âges, du plus jeune à l'aîné. Si le plus jeune reçoit 100 € et si la différence entre un enfant et le suivant en âge doit être constant, calculer la part de l'aîné.

#### Question 5

9 (=3+6) points

- (1) Trouver le réel  $x$  tel que  $12x + 1$ ,  $13x + 2$  et  $48 - x$  soient trois termes consécutifs d'une suite arithmétique, dans cet ordre.
- (2) La somme des 8 premiers termes d'une suite arithmétique vaut 240. Le produit du 2<sup>e</sup> terme et du 5<sup>e</sup> terme est égal à 340. Déterminer les premier et huitième termes ainsi que la raison de cette suite.

#### Question 6

7 points

Déterminer une suite géométrique sachant que :

- (1) la somme des trois premiers termes est égale à 9 ;
- (2) le produit des trois premiers termes est égal à  $-216$  ;
- (3) la somme de *tous* les termes de la suite est finie.

Préciser ensuite la somme de tous les termes de la suite trouvée.

G. Lorang