3CMB1/B2 Corrigé du devoir de mathématiques II,2 11.02.04

Question 2

(1) $AB : \dfrac{x+3}{5+3} = \dfrac{y-2}{-1-2} \Leftrightarrow \dfrac{x+3}{8} = \dfrac{y-2}{-3}$

$\Leftrightarrow -3x - 9 = 8y - 16$

$\Leftrightarrow 3x + 8y - 7 = 0$

(2) $d \parallel AB \Rightarrow d : 3x + 8y + c = 0$

$C(9,-4) \in d \Leftrightarrow 3 \cdot 9 - 8 \cdot 4 + c = 0$

$\Leftrightarrow c = 5$

Donc : $d \equiv 3x + 8y + 5 = 0$.

(3) $e : y = -2x + p$

$C(9,-4) \in e \Leftrightarrow -4 = -2 \cdot 9 + p$

$\Leftrightarrow p = 14$

Donc : $e \equiv y = -2x + 14$.

(4) Le point I est défini par le système :

$$I : \begin{cases} 3x + 8y - 7 = 0 & (i) \\ y = -2x + 14 & (ii) \end{cases}$$

(ii) dans $(i) \Rightarrow 3x + 8(-2x + 14) - 7 = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 16x + 112 - 7 = 0$

$\Leftrightarrow -13x = -105$

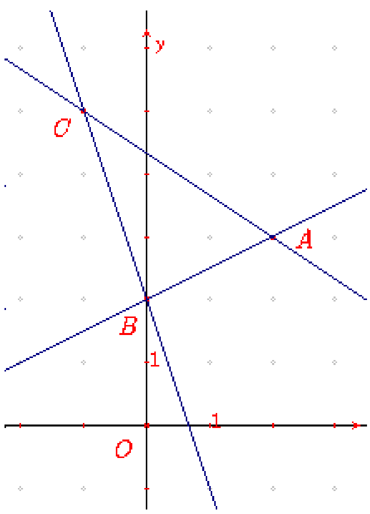
$\Leftrightarrow x = \frac{105}{13} \quad (iii)$

(iii) dans $(ii) \Rightarrow y = -2 \cdot \frac{105}{13} + 14$

$\Leftrightarrow y = -\frac{-28}{13}$

Donc : $I\left(\frac{105}{13}, -\frac{28}{13}\right)$.

Question 3



(1) Coefficient angulaire de AB : $m_{AB} = \frac{1}{2}$.

Coefficient angulaire de AC : $m_{AC} = -\frac{2}{3}$.

Coefficient angulaire de BC : $m_{BC} = -3$.

(2) $\widehat{(Ox, AB)} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26{,}57°$

$\widehat{(Ox, AC)} = \tan^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = -33{,}69°$

$\widehat{(Ox, BC)} = \tan^{-1}(-3) = -71{,}57°$

(3) $AC : y = -\frac{2}{3}x + p$,

$A(2,3) \in AC \Leftrightarrow 3 = -\frac{2}{3} \cdot 2 + p \Leftrightarrow p = \frac{13}{3}$.

L'ordonnée à l'origine de AB et BC étant égale à 2, on a donc :

$AB : y = \frac{1}{2}x + 2\,,\quad BC : y = -3x + 2$ et $AC : y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}\,.$

(4) Soit $I\,(x,0)$ le point d'intersection de AB avec Ox.

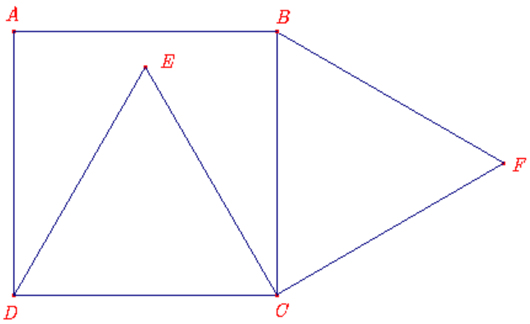
I est solution du système :

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2 & (1) \\ y = 0 & (2) \end{cases}$$

(2) dans (1) : $\frac{1}{2}x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -4\,.$

Donc : $I\,(-4,0)\,.$

Question 4



(1) Soit h la hauteur : $h = a\sin 60° \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2}a\,.$

(2) Repère : $\left(D,\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA}\right)$.

Dans ce repère :

$A(0,1)\,,\ E\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $F\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$.

$$\begin{aligned} &\det\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF}\right) \\ &= \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}+1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}-1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} \\ &= -\frac{1}{4} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right) \\ &= -\frac{1}{4} - \left(\frac{3}{4}-1\right) = 0 \end{aligned}$$

Ainsi les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires.

Les points A, E et F sont donc alignés.

G. Lorang