3CMB1/B2 — Devoir de mathématiques II,3 — 5.03.04

Exercice 1 — 20 (=8+12) points

(1) Donner la ***définition géométrique*** du ***produit scalaire*** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{u}\,'$ et en déduire une discussion du ***signe*** de $\vec{u} \cdot \vec{u}\,'$.

(2) Donner l'***expression analytique du produit scalaire*** de $\vec{u}$ et $\vec{u}\,'$ dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$ et ***démontrer*** cette formule.

Exercice 2 — 20 (=6+4+6+4) points

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les deux courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ d'équations cartésiennes :

$$\mathcal{C}_1 \equiv x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0\,,$$
$$\mathcal{C}_2 \equiv x^2 + y^2 - 3x + 8y + 12 = 0\,.$$

(1) Montrer que $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ sont deux cercles dont on précisera les centres O_1, O_2 et les rayons r_1, r_2.

(2) Montrer que les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ sont tangents entre eux.

(3) Déterminer les coordonnées du point de contact T entre $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

(4) Etablir finalement une équation de leur tangente commune t.

Exercice 3 — 20 (=3+3+3+3+3+5) points

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on donne la famille de courbes

$$d_m \equiv mx + 2y - m - 1 = 0\,,$$

où m est un paramètre réel.

(1) Montrer que chaque courbe d_m est une droite.

(2) Déterminer m pour que d_m ait comme vecteur normal $\vec{n}\,(1, -4)$.

(3) Déterminer m pour que d_m soit perpendiculaire à $a \equiv 2x + y + 7 = 0$.

(4) Déterminer m pour que d_m soit parallèle à $b \equiv y = -3x + 4$.

(5) Déterminer m pour que d_m ait comme coefficient angulaire $-\frac{3}{5}$.

(6) Déterminer un point I qui appartient à toutes les droites d_m.

Bon courage !

G. Lorang