

Avertissement : La TI pourra être utilisée pour résoudre certaines questions. Le détail des calculs devra cependant figurer sur votre copie !

Exercice 1**50 (=6+8+10+4+10+12) points**

Un automobiliste fait un aller-retour entre deux villes A à B . Pour l'aller, il emprunte la route nationale et pour le retour, l'autoroute. La distance à parcourir sur l'autoroute est double de celle à parcourir sur la route nationale. On note v' la vitesse de l'automobiliste à l'aller, et v'' sa vitesse au retour, supposées toutes les deux constantes.

- (1) Montrer que la vitesse moyenne v de l'automobiliste sur l'aller-retour vérifie :

$$\frac{3}{v} = \frac{1}{v'} + \frac{2}{v''}.$$

Indication : distance = vitesse · temps ...

- (2) Sachant que l'automobiliste souhaite réaliser une vitesse moyenne v de 60 km/h, exprimer la vitesse au retour v'' en fonction de la vitesse à l'aller v' .
- (3) Observer que v'' est une **fonction homographique** de v' ; sa courbe représentative dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) sera notée \mathcal{H} . Déterminer les coordonnées du centre de symétrie S de \mathcal{H} et l'équation de \mathcal{H} dans le repère (S, \vec{i}, \vec{j}) . Réaliser un dessin soigné avec des unités bien choisies.
- (4) Quelles sont les valeurs possibles pour v' ? pour v'' ?
- (5) Pour quelle valeur de v' , la vitesse v'' est-elle double de la vitesse v' ? Résoudre graphiquement et algébriquement cette question.
- (6) Sachant que l'automobiliste ne veut pas enfreindre les limitations de vitesse qui sont respectivement de 80 km/h sur la nationale et de 120 km/h sur l'autoroute, déterminer à nouveau algébriquement les valeurs possibles pour v' et v'' et visualiser ces contraintes sur le graphique par une « fenêtre ». (**Indication** : il suffit de travailler algébriquement sur des **équations**, pas des **inéquations** !)

Exercice 2**20 points**

- (1) Résoudre algébriquement l'équation : $\frac{-4}{3-x} = x^2 - 4x + 1$.

Indication : multiplier l'équation par $3-x$ et chercher une racine entière.

- (2) Résoudre ensuite graphiquement l'inéquation : $\frac{-4}{3-x} \leq x^2 - 4x + 1$.