

Question 1

$$(1) \quad a = 8, b = 3, c = 7 ;$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow 49 = 25 + 9 - 30 \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow 30 \cos \alpha = -15$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 120^\circ$$

Les deux autres angles sont aigus :

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5}{\sin \beta}$$

$$\Leftrightarrow 7 \sin \beta = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \beta = \frac{5\sqrt{3}}{14}$$

$$\Leftrightarrow \beta \simeq 38,21^\circ$$

Finalement :

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \simeq 21,79^\circ$$

$$(3) \quad \alpha = 38^\circ 12', b = c = 5 .$$

$$\alpha = 38^\circ 12' = 38,2^\circ .$$

Le triangle est isocèle, donc $\beta = \gamma = \frac{180 - 38,2}{2} = 70,9^\circ$.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{\sin 38,2^\circ} = \frac{5}{\sin 70,9^\circ}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{5 \cdot \sin 38,2^\circ}{\sin 70,9^\circ} \simeq 3,27$$

$$(4) \quad S = \frac{bc}{2} \sin \alpha = \frac{15}{2} \cdot \sin 120^\circ = \frac{15}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$(2) \quad a = 4, \beta = 45^\circ, \gamma = 30^\circ .$$

$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 105^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{\sin 105^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{4 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} \simeq 2,93$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{\sin 105^\circ} = \frac{c}{\sin 30^\circ}$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{4 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} \simeq 2,07$$

Partie avec V200 (60')

Question 2

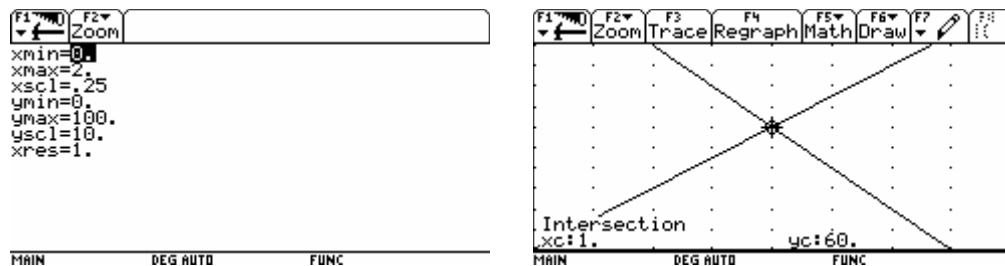
Equations horaires, avec t en heures et les distances en km :

- pour V_1 : $x_1(t) = 60t$, $t \geq 0$
- pour V_2 : $x_2(t) = -80t + c$, $t \geq 0,5$

On détermine c en observant que si $t = 0,5$ h alors $x_2(t) = 100$. On trouve : $c = 140$.

Donc : $x_2(t) = -80t + 140$, $t \geq 0,5$.

On représente graphiquement ces fonctions à l'aide de la V200 :



On détermine que le point d'intersection des deux graphes est le point (1,60).

Donc les voitures se rencontrent après 1 h à 60 km de la ville A.

Question 3

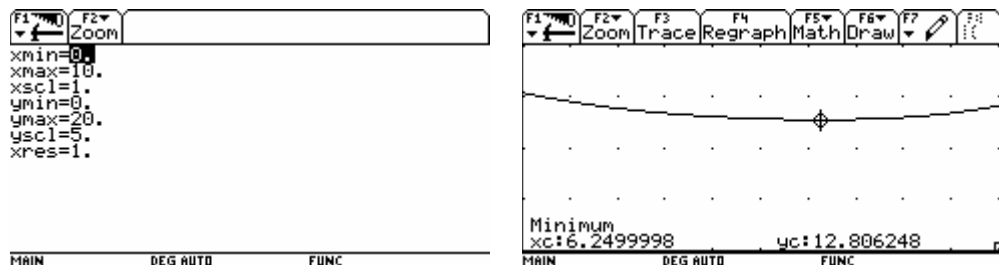
On note $\overline{AM} = x$. D'après le théorème de Pythagore :

$$\overline{RM} = \sqrt{25 + x^2} \text{ et } \overline{MJ} = \sqrt{9 + (10 - x)^2}$$

La distance totale que Roméo doit parcourir est donc donnée par la fonction :

$$f(x) = \sqrt{25 + x^2} + \sqrt{9 + (10 - x)^2}$$

On représente graphiquement cette fonction à l'aide de la V200 :



La V200 détermine que le minimum de la fonction est atteint au point (6,25 ; 12,806).

Donc Roméo doit aller cueillir la fleur au point d'abscisse 6,25 du mur. Son trajet a alors une longueur totale de 12,8 m.

Question 4

14 (=7+7) points

- (1) a) Soit x l'arête du cube. Le volume du cube est de 5 m^3 , donc :

$$x^3 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{5} \text{ m.}$$

La surface du cube est : $S_C = 6x^2 = 6\sqrt[3]{25} \text{ m}^2$.

- b) Soit r le rayon de la boule. Le volume de la boule est de 5 m^3 donc :

$$5 = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

La V200 donne : $r = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{30}{\pi}} \text{ m.}$

La surface de la boule est : $S_B = 4\pi r^2 \underset{V200}{=} 30^{\frac{2}{3}}\pi^{\frac{1}{3}} \text{ m}^2$.

Le rapport des surfaces est : $\frac{S_C}{S_B} \underset{V200}{=} \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} \simeq 1,24$.

Le cube a donc une surface environ 1,24 fois plus grande que la boule.

- (2) a) Soit x l'arête du cube. La surface du cube est de 3 m^2 , donc :

$$6x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Le volume du cube est : $V_C = x^3 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ m}^3$.

- b) Soit r le rayon de la boule. La surface de la boule est de 3 m^2 donc :

$$3 = 4\pi r^2.$$

La V200 donne : $r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi}}.$

Le volume de la boule est : $V_B \underset{V200}{=} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi}}.$

Le rapport des volumes est : $\frac{V_C}{V_B} \underset{V200}{=} \sqrt{\frac{\pi}{6}} \simeq 0,72$.

Le cube a donc un volume environ 1,39 fois plus petit que la boule.

Calculator screen showing the solution for part (1)a) using the V200 function. The screen displays the equation $\text{solve}(5 = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3, r)$ and the result $r = \frac{30^{1/3}}{2 \cdot \pi^{1/3}}$. It then shows the calculation of the surface $4 \cdot \pi \cdot r^2$ and the final result $\frac{6 \cdot 5^{2/3}}{\pi^{1/3} \cdot 30^{2/3}}$, which is displayed as $\frac{6 \cdot 5^{2/3}}{\pi^{1/3} \cdot 30^{2/3}}$.

Calculator screen showing the solution for part (1)b) using the V200 function. The screen displays the equation $\text{solve}(4 \cdot \pi \cdot r^2 = 3, r)$ and the result $r = \frac{-\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{\pi}}$ or $r = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{\pi}}$. It then shows the calculation of the volume $4/3 \cdot \pi \cdot r^3$ and the final result $\frac{\sqrt{1/8}}{\sqrt{3}}$, which is displayed as $\frac{\sqrt{1/8}}{\sqrt{3}}$.

Calculator screen showing the solution for part (2)a) using the V200 function. The screen displays the equation $4/3 \cdot \pi \cdot r^3 | r = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{\pi}}$ and the result $\frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{\pi}}$. It then shows the calculation of the surface $\frac{\sqrt{1/8}}{\sqrt{3}}$ and the final result $\frac{\sqrt{6 \cdot \pi}}{6}$, which is displayed as $\frac{\sqrt{6 \cdot \pi}}{6}$.

G. Lorang