

Exercice 1

18 points

Énoncer et démontrer le théorème fondamental sur les homothéties.

Exercice 2

15 (=6+5+4) points

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère du plan.

- (1) Établir l'expression analytique de l'homothétie h de centre $\Omega(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ et de rapport -4 .
- (2) En déduire l'expression analytique de h^{-1} et préciser ses éléments caractéristiques.
- (3) Calculer l'image d' par h de la droite $d: 3x - 2y + 1 = 0$.

Exercice 3

27 (=4+3+4+8+8) points

Sur la feuille en annexe, on note h_1 l'homothétie de centre A transformant O en O' .

- (1) Exprimer le rapport k de h_1 en fonction de AO et AO' . Construire $h_1(P)$ et en déduire la construction du cercle image C' de C par h_1 . (C est le cercle de centre O et de rayon $r = OP$.)
- (2) Construire le centre B de l'homothétie négative h_2 transformant C en C' . Exprimer le rapport de h_2 en fonction de k .
- (3) Construire les centres C et D des homothéties h_3 et h_4 transformant C' en C'' . (On s'arrangera de sorte que h_3 est positive et on notera k' son rapport.)
- (4) Montrer que $h_3 \circ h_1 = h_4 \circ h_2$ et déterminer les éléments caractéristiques de cette transformation, notée f . Montrer de même que $h_4 \circ h_1 = h_3 \circ h_2$ et caractériser cette transformation, notée g .
- (5) Quelles sont les transformations $s = h_2^{-1} \circ h_1$ et $s' = h_1 \circ h_2^{-1}$? Construire $N = (s' \circ s)(O)$ et en déduire la nature de $s' \circ s$.

Bon courage !

G. Lorang

