Exercice 1

a) $\mathcal{C}_1 : y = x^2$ $\quad\mathcal{C}_2 : y = -2(x+3)^2 + 4$

b) $\mathcal{C}_1 : y = \dfrac{1}{x}$ $\quad\mathcal{C}_2 : y = -\dfrac{1}{2(x-3)} + 4$

c) $\mathcal{C}_1 : y = \sqrt{x}$ $\quad\mathcal{C}_2 : y = \sqrt{4-x} - 3$

d) $C_1 : y = x^2$ $\quad\mathcal{C}_2 : y = \left|\dfrac{1}{2}(x-5)^2 - 4\right|$

Exercice 2

(1) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$. f n'est ni paire, ni impaire car par exemple $f(1) = 6$ et $f(-1) = -2$, résultats qui ne sont ni égaux, ni opposés.

(2) $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = -2\left(x^2 - 2x + 1\right) + 6 = -2(x-1)^2 + 6$, donc $b = -1$ et $c = 6$.

(3) $f_1 : x \mapsto x^2$ $\quad f_2 : x \mapsto (x-1)^2$ $\quad f_3 : x \mapsto -2(x-1)^2$ $\quad f = f_4 : x \mapsto -2(x-1)^2 + 6$

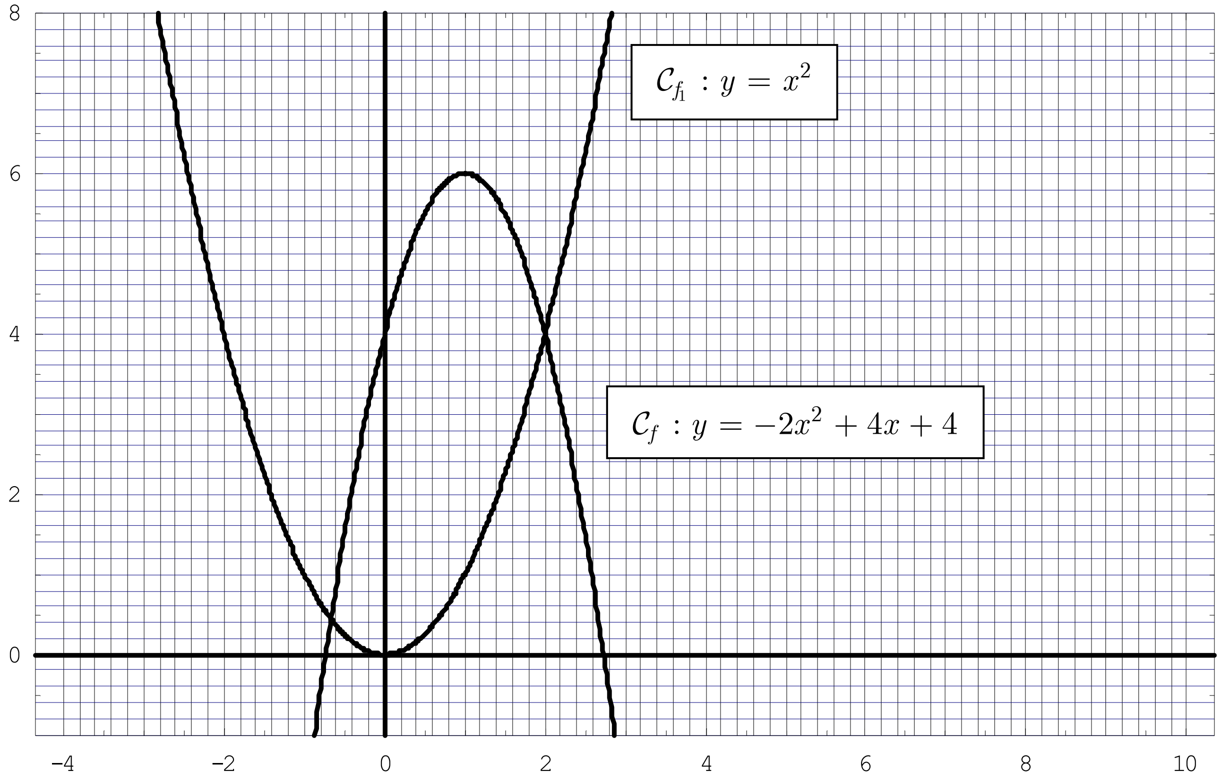
$$\mathcal{C}_{f_1} \xrightarrow{t_{\vec{i}}} \mathcal{C}_{f_2} \xrightarrow{aff_{(Ox),(Oy),-2}} \mathcal{C}_{f_3} \xrightarrow{t_{6\vec{j}}} \mathcal{C}_f$$

où $t_{\vec{u}}$ est la translation de vecteur $\vec{u}$ et $aff_{(Ox),(Oy),k}$ est l'affinité (dilatation) d'axe (Ox), de direction (Oy) et de rapport k.

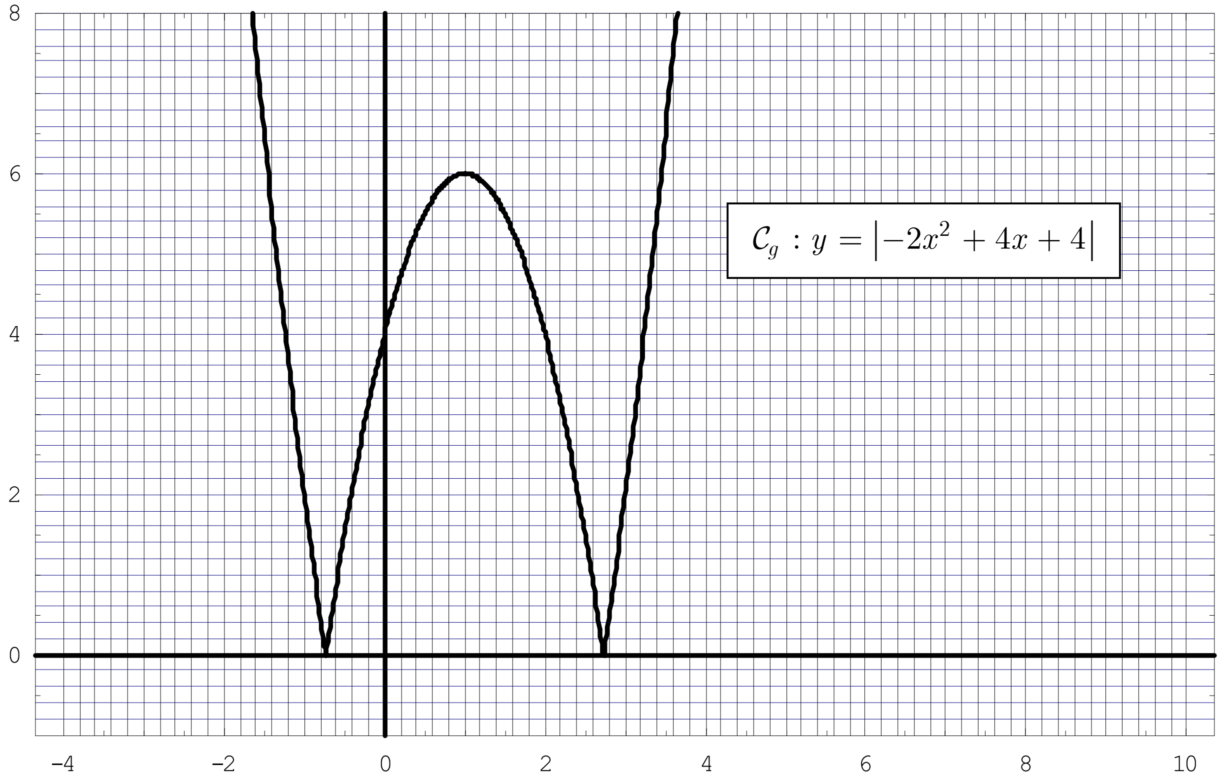
(4) Le tableau de variation de f_1 a été vu dans le cours. Voici celui de f_4 :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	6 (max)	$\searrow$ $-\infty$

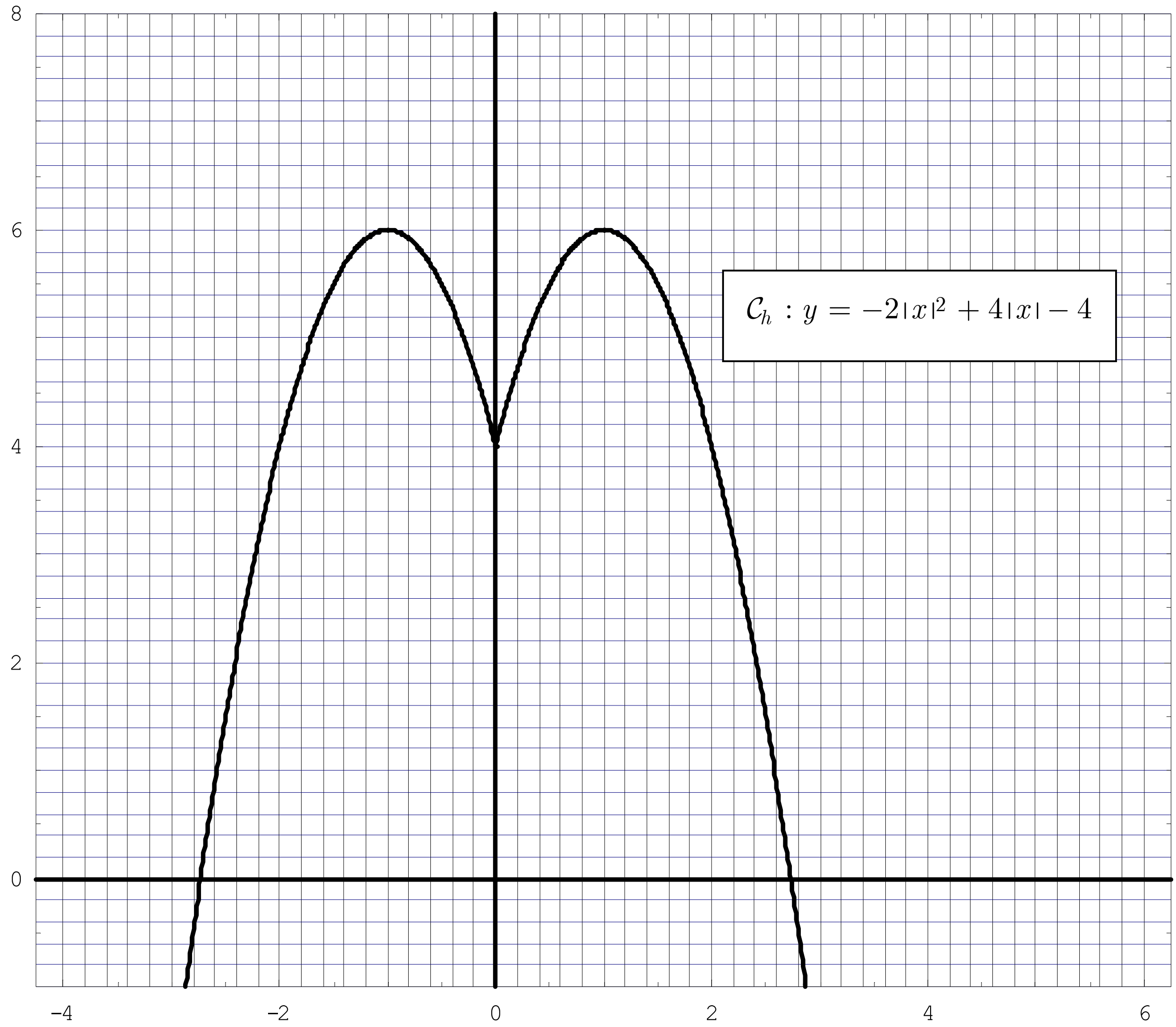
(5) Représentation graphique des fonctions f_1 et f_4 :



(6) Représentation graphique de $g : x \mapsto \left|-2x^2 + 4x + 4\right|$.



(7) Représentation graphique de $h : x \mapsto -2|x|^2 + 4|x| - 4$.



Exercice 3

On a :

$$
\begin{aligned}
&\left(x^7 + x^6\right) + \left(x^5 + x^4\right) + \left(x^3 + x^2\right) + x + 1 \\
&= x^6 (x+1) + x^4 (x+1) + x^2 (x+1) + (x+1) \\
&= (x+1)\left(x^6 + x^4 + x^2 + 1\right) \\
&= (x+1)\left[x^4\left(x^2 + 1\right) + \left(x^2 + 1\right)\right] \\
&= (x+1)\left(x^2 + 1\right)\left(x^4 + 1\right)
\end{aligned}
$$

Or : $x^2 + 1$ et $x^4 + 1$ sont strictement positifs, quel que soit le réel x.

Par conséquent :

$$f(x) \text{ existe } \Leftrightarrow x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1 .$$

Donc : $\mathcal{D}_f = [-1, +\infty[$