

Question 1

12 (=8+4) points

(1) Simplifier les ensembles suivants autant que possible :

a) $A =]2, 5] \cup]-\infty, 3]$

b) $B = [-\frac{7}{3}, 4[\cap]-2, \frac{19}{4}[$

c) $C = \{x \in \mathbb{Z} / x < 3\} \cap]-2, 2[$

d) $D = ([-2, 0] \cup]0, 6[) \cap]-\infty, -5[$

(2) Mathilde prépare son examen de mathématiques. Elle estime qu'elle doit faire au moins 100 exercices de factorisation. Sachant qu'il lui reste 15 jours avant l'examen et qu'elle a déjà fait 31 exercices, combien d'exercices doit-elle faire par jour si elle veut terminer à temps ?

Question 2

18 (=12+6) points

(1) Etablir le tableau du signe de

$$T(x) = \frac{x(3-x)^2}{(2x+5)^3(-3x-8)}$$

et en déduire l'ensemble de solutions de l'inéquation : $T(x) \geq 0$.(2) Résoudre l'inéquation : $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{6} > \frac{1}{2} - \frac{1}{3}(3-x)$.

Question 3

30 (=8+7+4+3+8) points

(1) Factoriser le polynôme $P(x) = 3x^3 + 8x^2 - 4x - 16$ et en donner les racines.(2) Même question pour le polynôme $Q(x) = 9x^3 - 33x^2 + 40x - 16$.

(3) Déterminer les conditions d'existence pour la fraction rationnelle

$$R(x) = \frac{3x^3 + 8x^2 - 4x - 16}{9x^3 - 33x^2 + 40x - 16} \left(= \frac{P(x)}{Q(x)} \right),$$

puis simplifier $R(x)$.(4) Résoudre l'équation $R(x) = 0$.(5) Déterminer les constantes réelles a , b , et c telles que :

$$R(x) = a + \frac{bx + c}{(x-1)(3x-4)}.$$