4C1	Devoir de mathématiques III,1	12.05.06

Question 1 — 20 (=12+8) points

(1) Démontrer que si G est le centre de gravité d'un triangle ABC, alors

$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\,.$$

(2) Démontrer que si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ dans la base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$, alors $(\vec{u}+\vec{v})\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$.

Question 2 — 20 (=6+8+6) points

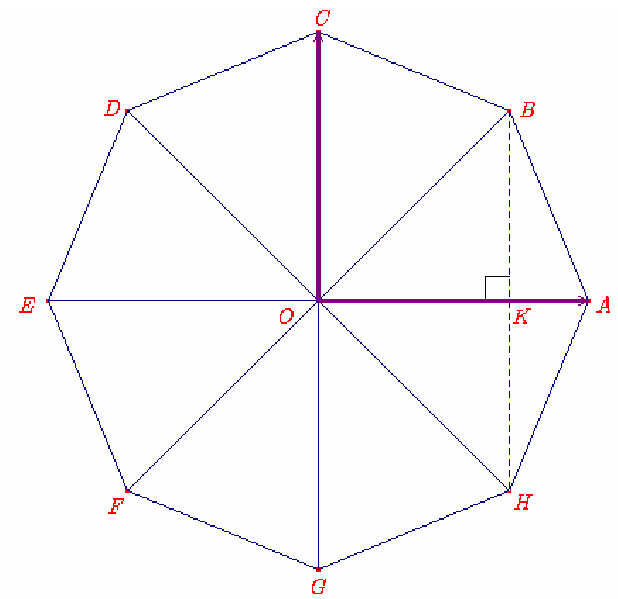
Soit un parallélogramme $ABCD$.

(1) Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{BC}$.

(2) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ dans la base $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

(3) En déduire que les points A, E et F sont alignés.

Question 3 — 20 (=1+4+6+4+5) points



Sur la figure ci-contre on a représenté l'octogone régulier $ABCDEFGH$ de centre O. On fait l'hypothèse que $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\ldots=1$. K est le pied de la hauteur issue de B du triangle OAB.

(1) Comment appelle-t-on la base $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)$?

(2) Montrer que : $\overline{OK}=\overline{KB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(3) En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{HB}$ dans la base $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)$.

(4) Montrer que $\overrightarrow{HB}\,//\,\overrightarrow{GC}$. Quelle est la relation de colinéarité entre ces vecteurs ?

(5) Est-ce que O est le centre de gravité du triangle EBH ?

Bonus (4p.) : Soit L le centre de gravité du triangle EBH dans la question 3. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OL}$ dans la base $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)$?

G. Lorang