Nom : .... Prénom : ....

4M2 Corrigé du devoir de mathématiques III,1 27.04.10

Question 1

(1) Compléter le tableau suivant par les infomations manquantes sur les droites a, b, c et d. Vous ferez les calculs éventuels sur une feuille brouillon.

Nom	**Equation générale :** $ax+by+c=0$	**Equation réduite**	**Vecteur directeur**	**Pente**	**Ordonnée à l'origine**	**Point à coordonnées entières**
a	$x+3y-5=0$	$y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$A(2,1)$
b	$x+3y-4=0$	$y=\frac{4-x}{3}$	$\vec{a}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$B(1,1)$
c	$8x+y-32=0$	$y=-8x+32$	$\vec{c}\begin{pmatrix}1\\-8\end{pmatrix}$	-8	32	$C(4,0)$
d	$2x+7y-29=0$	$y=-\frac{2}{7}x+\frac{29}{7}$	$\vec{d}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$	$-\frac{2}{7}$	$\frac{29}{7}$	$D(-3,5)$

(2) Les droites a et b sont perpendiculaires à la droite e puisque le produit de leur coefficient directeur par celui de e vaut -1. Les droites a et b sont donc parallèles.

Question 2

(1) $A'(1,1)$ et $B'\left(\frac{9}{2},3\right)$.

(2) m est perpendiculaire à $[BC]$ et passe par A'. Or,

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}\text{, donc } (BC) \text{ a comme pente } -\frac{1}{2}.$$

Par conséquent la pente de m est 2.

$m \equiv y = 2x + p$

$A'(1,1) \in m \Leftrightarrow 1 = 2 + p \Leftrightarrow p = -1$

Donc : $m \equiv y = 2x - 1$.

b) $M(x,y) \in (BB') = n$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \,/\!/\, \overrightarrow{BB'}$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+3 & \frac{15}{2} \\ y-3 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{15}{2}(y-3) = 0$

$\Leftrightarrow y = 3$

Donc : $n \equiv y = 3$ (n est parallèle à (Oy)).

(3) $A(4,7) \in m \Leftrightarrow 7 = 2 \cdot 4 - 1$, ce qui est vrai. Donc $A \in m$. On en déduit que le triangle ABC est isocèle en A, puisque $A \in m \Leftrightarrow AB = AC$.

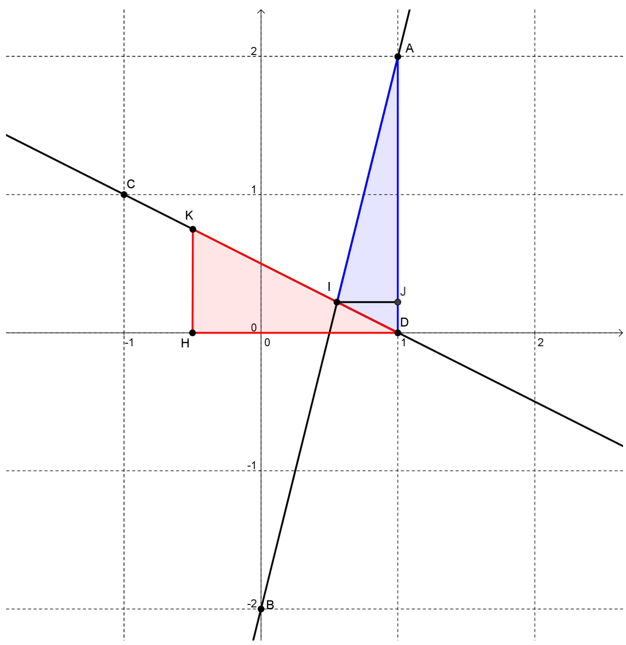
(4) $I \begin{cases} y = 2x-1 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2x-1 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$, donc $I(2,3)$.

I est le centre de gravité du triangle ABC. En effet, comme le triangle ABC est isocèle en A, la médiatrice de $[BC]$ et la médiane issue de A sont confondues. Par conséquent I est le point d'intersection des médianes, c.-à-d. le centre de gravité du triangle. Donc :

$$I\left(\frac{4-3+5}{3}, \frac{7+3-1}{3}\right) = I(2,3)$$

Question 3

(1)



(2) $(AB) \equiv y = 4x - 2$ et $(CD) \equiv y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. En effet :

$\left(CD\right) \equiv y = -\frac{1}{2}x + p$ et $D\left(1{,}0\right) \in p \Leftrightarrow 0 = -\frac{1}{2} + p \Leftrightarrow p = \frac{1}{2}$

(3) $K\left(-\frac{1}{2}, y\right) \in \left(CD\right) \Leftrightarrow y = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$. Donc : $K\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

(4) On résout le système suivant :

$$I\begin{cases} y = 4x - 2 & (1) \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

D'après (1) et (2) :

$$4x - 2 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{9}{2}x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{9} \qquad (3)$$

(3) dans (1) : $y = \frac{20}{9} - 2 = \frac{2}{9}$.

Donc : $I\left(\frac{5}{9}, \frac{2}{9}\right)$.

(5) $\left(AD\right) \equiv x = 1$ car (AD) est parallèle à (Oy).

(6) D'après la question (3), $KH = \frac{3}{4}$ et $HD = \frac{3}{2}$, donc : $\text{aire}\left(DHK\right) = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}}{2} = \frac{9}{8}$

La base $\left[AD\right]$ du triangle ADI mesure 2 et d'après la question (4), la hauteur issue de $\left[IJ\right]$ de ce triangle mesure : $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$.

Donc : $\text{aire}\left(ADI\right) = \frac{\frac{4}{9} \cdot 2}{2} = \frac{4}{9}$.

Ainsi :

$$\text{aire}\left(ADI\right) < \text{aire}\left(DHK\right)$$

G. Lorang