

*Durée : 60'**Calculatrice non autorisée***Question 1****28 (=14+14) points**

Simplifier les fractions rationnelles suivantes :

$$(1) \quad F(x) = \frac{9x^3 + 12x^2 - 11x + 2}{x^2 - 4x - 12} \qquad (2) \quad G(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 3x + 6}{x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x}$$

après en avoir déterminé les conditions d'existence.

**Question 2****16 (=8+8) points**(1) Déterminer la valeur du paramètre réel  $m$  pour que la division du polynôme

$$A(x) = (2m + 1)x^2 - (6 - m)x + (m + 1)$$

par  $x - 3$  donne un reste égal à 36. Après avoir remplacé  $m$  par la valeur trouvée, calculer le quotient et écrire la division euclidienne correspondante.(2) Déterminer la valeur du paramètre réel  $k$  pour le polynôme

$$B(x) = x^3 - (k + 1)x^2 + 2k$$

soit divisible par  $x + 1$ . Après avoir remplacé  $k$  par la valeur trouvée, factoriser complètement le polynôme  $B(x)$  et en déterminer toutes les racines.**Question 3****16 (=4+4+8) points**

Soit la fraction rationnelle

$$H(x) = \frac{-3x^3 + 2x^2 + 9x - 3}{x^2 - x - 2}.$$

(1) Déterminer les conditions d'existence et le domaine de  $H$ .(2) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  tels que pour tout  $x$  du domaine de  $H$  :

$$H(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 - x - 2}.$$

(3) Calculer et simplifier  $H\left(-\frac{1}{3}\right)$ ,  $H(2)$  et  $H(\sqrt{3})$ .