Nom : .... Prénom : ....

4M4 Devoir de mathématiques II,2 22.05.2013

Durée : 55' ***Calculatrice autorisée***

Question 1 14 (=2+6+6) points

(1) Construire un triangle ABC tel que $BC = 8$ cm, $AC = 2$ cm et $\hat{C} = 75°$.

(2) Construire sur la figure les points I et J définis par les équations vectorielles :

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \text{ et } 4\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{BC}.$$

(3) Montrer que $\overrightarrow{AI} - 4\overrightarrow{BJ} = 4\overrightarrow{AB}$ et en déduire $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AJ}$. Que peut-on dire alors des points A, I et J ?

Question 2 28 (=2+5+4+9+8) points

(1) Construire un triangle ABC isocèle en A tel que $AB = AC = 6{,}5$ cm et $BC = 5$ cm, ainsi que son centre de gravité G. On notera A', B' et C' les milieux de $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$ respectivement.

(2) Démontrer vectoriellement que G est aussi le centre de gravité du triangle $A'B'C'$.

(3) Déterminer les longueurs des 3 côtés du triangle $A'B'C'$? Jusifier !

(4) Calculer les distances AA', $A'G$, BG et $C'G$ (valeurs exactes et approchées à 10^{-2} près).

(5) A l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{B'BC}$ et $\widehat{BB'C}$.

Question 3 18 (=6+13) points

Soit ABC un triangle quelconque. On note G le centre de gravité du triangle ABC et A', B' et C' les milieux de $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$ respectivement .

(1) Soit R le point tel que $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + 2\overrightarrow{RC} = \vec{0}$. Démontrer que $R = \text{mil}[CC']$.

(2) Soit S le point tel que $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{BC}$.

a) Montrer que $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. En déduire une droite d' qui contient S.

b) Montrer que $\overrightarrow{AS} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. En déduire une 2^{e} droite d'' qui contient S.

c) Déduire de a) et de b) une construction simple du point S.