| 4M6 | Devoir de mathématiques I,1 | 10.11.03 |
|---|---|---|

## Exercice 1 — 20 (=4+8+8) points

(1) Définir : racine $n$-ième d'un nombre réel $a$.

(2) Quel et le nombre de racines $n$-ièmes

a) d'un nombre réel $a$ strictement positif ?

b) d'un nombre réel $a$ strictement négatif ?

(3) Compléter et démontrer : $(\forall a,b \in ...)\ \sqrt[3]{ab} = ...$

## Exercice 2 — 12 points

A quelle(s) condition(s) sur les variables, les expressions suivantes existent-elles ? ($n$ et $p$ sont des entiers naturels, $a$, $x$ et $y$ sont des réels)

(1) $\sqrt[6]{x}$

(2) $\sqrt[7]{y^{-1}}$

(3) $\sqrt[n]{-9}$

(4) $\sqrt[n]{a^2}$

(5) $\sqrt[p]{(-4)^n}$

## Exercice 3 — 28 (=6+5+4+7+6) points

Simplifier les expressions suivantes autant que possible, tout en respectant les consignes suivantes : le résultat ne devra contenir ni exposant négatif, ni exposant fractionnaire, ni un radical de la forme $\sqrt[n]{a^m}$ avec $m \geq n$ . On suppose que $a$, $b$ et $x$ sont des réels strictement positifs.

(1) $\sqrt[3]{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}$

(2) $a^{-4}\sqrt{a^{-3}}\,\dfrac{a^2\cdot\sqrt{a^{-12}}}{a^{-3}\cdot\sqrt[5]{a}}$

(3) $\sqrt[3]{a^{-19}\cdot\sqrt[4]{a^{75}}}$

(4) $\dfrac{\sqrt[6]{2a^{-1}\cdot\sqrt{b^{25}}}}{0,25\cdot b^{-3}\cdot\sqrt[4]{32\cdot a^{-5}}}$

(5) $\left(125x^{-1}\right)^{\frac{2}{5}}\cdot\left(150x^{-4}\right)^{\frac{3}{5}}$

Bon courage !

G. Lorang