4M6	Devoir de mathématiques I,3	12.12.03

Exercice 1 — 16 (=4+12) points

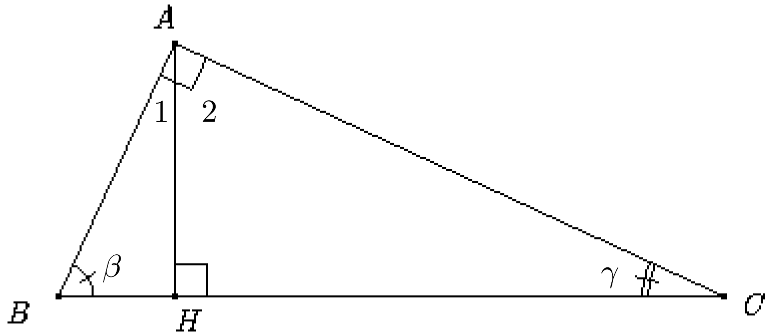
(1) ***Compléter sans copier*** : a) Lorsque le rapport d'une similitude est …, on dit que cette similitude est un ***agrandissement***. b) Lorsque le rapport d'une similitude est …, on dit que cette similitude est une … c) Lorsque le rapport d'une similitude est égal à 1, on dit que cette similitude est une …

(2) Enoncer les trois ***critères de similitudes*** pour les triangles (sans figure).

*****

Exercice 2 — 26 (=2+6+6+12) points

Sur la figure ci-dessous, le triangle ABC est rectangle en A et H est le pied de la hauteur issue de A. On note $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AH} = h$, $\overline{BH} = x$ et $\overline{HC} = y$. Par ailleurs, soit $\beta = \hat{B}$, $\gamma = \hat{C}$.



(1) Montrer que les angles β et γ sont ***complémentaires***.

(2) Calculer les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ en fonction de β et γ.

(3) Montrer que $\Delta(ABC) \sim \Delta(HBA)$ et que $\Delta(ABC) \sim \Delta(HAC)$.

(4) ***Copier et compléter*** la démonstration suivante du théorème de Pythagore :

a) Comme $\Delta(ABC) \sim \Delta(HBA)$, on a : $\dfrac{a}{...} = \dfrac{b}{...} = \dfrac{c}{...}$

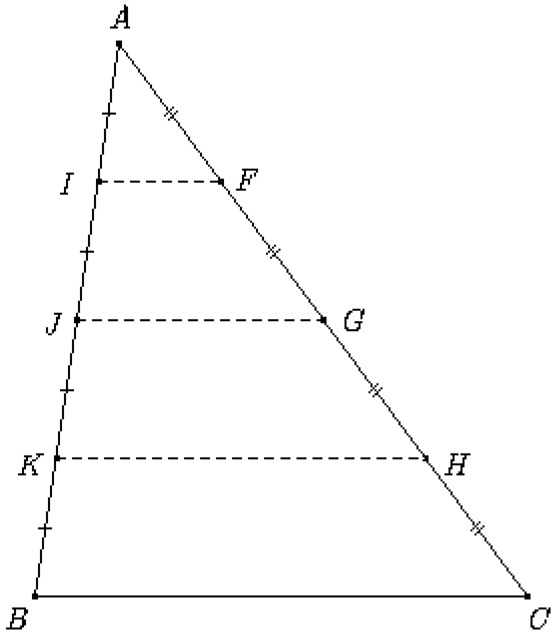
b) Comme $\Delta(ABC) \sim \Delta(HAC)$, on a : $\dfrac{a}{...} = \dfrac{b}{...} = \dfrac{c}{...}$

c) Donc, en multipliant en croix, on a : $ax = ...$ $(*)$ et $ay = ...$ $(**)$

d) Pour conclure, on additionne membre par membre $(*)$ et $(**)$: …

Tourner s.v.p.

Exercice 3 18 (=5+3+3+3+4) points



Sur la figure ci-dessus, on fait les hypothèses suivantes :

- $\overline{AI} = \overline{IJ} = \overline{JK} = \overline{KB}$,
- $\overline{AF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HC}$,
- $\text{Aire}(\Delta(AKH)) = 18 \text{ cm}^2$,
- $\overline{JG} = 6 \text{ cm}$.

(1) Montrer que $\Delta(AIF) \sim \Delta(AJG)$ et en déduire que $IF \parallel JG$.

(2) Sans le démontrer, quels sont tous les triangles semblables sur la figure ?

(3) Quel est le rapport de la similitude qui transforme le $\Delta(AKH)$ en le $\Delta(AIF)$? En déduire l'aire du triangle $\Delta(AIF)$.

(4) Quel est le rapport de la similitude qui transforme le $\Delta(AKH)$ en le $\Delta(AJG)$? En déduire la longueur du segment $[KH]$.

(5) Quel est le rapport de la similitude qui transforme le $\Delta(AKH)$ en le $\Delta(ABC)$? En déduire la longueur du segment $[BC]$ et l'aire du $\Delta(ABC)$.

Bon courage !

G. Lorang