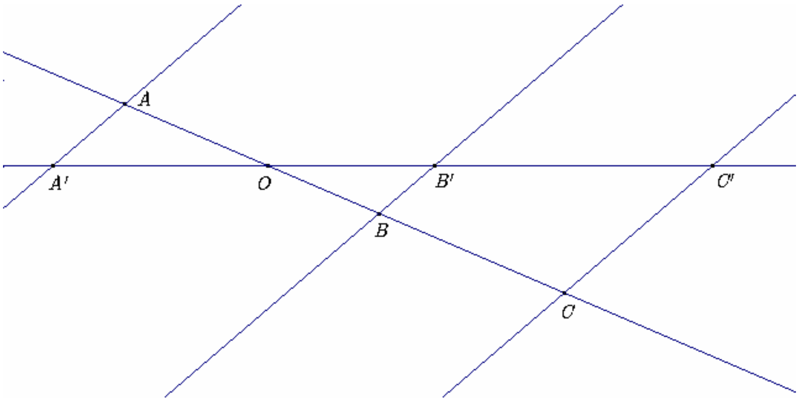
4M6 | Devoir de mathématiques II,1 | 23.01.04

Exercice 1 — 16 points

Enoncer et démontrer le ***théorème de Thalès*** et sa ***réciproque*** dans un triangle.

Exercice 2 — 12 (=5+7) points



Sur la figure ci-contre on a : $\overline{OA} = 2{,}5$, $\overline{OB} = 1{,}5$, $\overline{OA'} = 3$, $\overline{OB'} = 1{,}9$ et $\overline{AC} = 7$.

(1) Est-ce que $AA' \parallel BB'$? Justifier votre réponse !

(2) Sachant que $AA' \parallel CC'$, on demande de calculer $\overline{B'C'}$.

Exercice 3 — 16 (=2+14) points

Soit $ABCD$ un ***quadrilatère convexe quelconque***. On note $M = \text{mil}[AB]$, $N = \text{mil}[BC]$, $P = \text{mil}[CD]$ et $Q = \text{mil}[DA]$.

(1) Faire une figure soignée. Quelle semble être la nature du quadrilatère $MNPQ$?

(2) Démontrer cette thèse !

Exercice 4 — 16 (=3+11+2) points

Soit ABC un triangle quelconque. Par A on mène la parallèle a à BC, par B on mène la parallèle b à AC et par C on mène la parallèle c à AB. On pose :

$$\{A'\} = b \cap c\,,\ \{B'\} = c \cap a \ \text{ et } \ \{C'\} = a \cap b\,.$$

(1) Faire une figure soignée.

(2) On veut prouver que $A = \text{mil}[B'C']$. Pour cela on demande de ***copier*** et de ***compléter*** la démonstration suivante :

$$\frac{\overline{AB'}}{\overline{AC'}} = \frac{\dots}{\dots} \qquad \text{car } AC \parallel b$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \qquad \text{car } BC \parallel a$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\overline{AC'}}{\overline{AB'}} \qquad \text{car } \dots$$

La flèche signifie que vous devez reprendre la fraction obtenue à la ligne précédente !

Par conséquent : ... ⇔ ... ⇔ $\overline{AB'} = \overline{AC'}$, et donc …

(3) De façon analogue, que peut-on dire des points B et C ?

G. Lorang