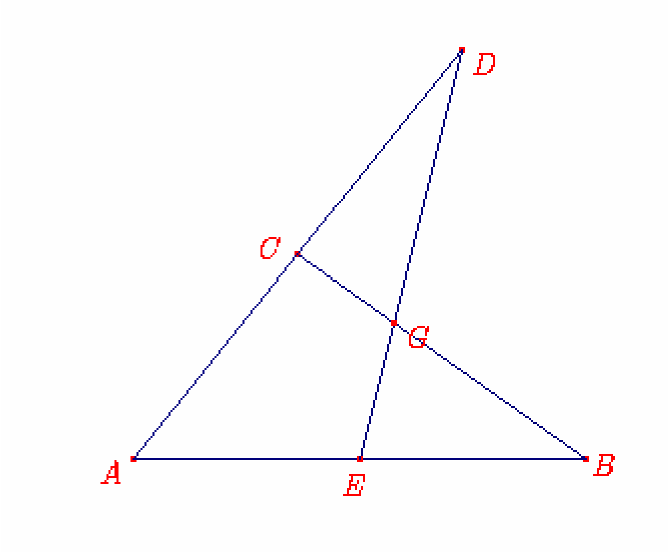
Exercice 2

(1) a) $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ c) $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$



(2) a) $\overrightarrow{AD} = 0\vec{i} + 2\vec{j} \Leftrightarrow D(0,2)$

b) $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\vec{i} + 0\vec{j} \Leftrightarrow E(\frac{1}{2},0)$

c) $B(1,0)$ et $C(0,1)$, donc $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} x_G - 1 \\ y_G \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

D'où :

$$\begin{cases} x_G - 1 = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1}{3} \\ y_G = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow G(\tfrac{1}{3},\tfrac{2}{3})$$

(3) $\overrightarrow{DG}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} - 0 \\ \frac{2}{3} - 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DG}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -2 \end{pmatrix}$

$$\det\left(\overrightarrow{DG},\overrightarrow{DE}\right) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{4}{3} & -2 \end{vmatrix} = -\frac{2}{3} + \frac{4}{6} = 0.$$

Donc D, E et G sont alignés.

Exercice 3

(1) $A(4,4)$ et $B(-1,-2)$. Un vecteur directeur de AB est $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}5\\6\end{pmatrix}$. Donc :

$$\begin{aligned} AB \equiv \frac{x+1}{5} &= \frac{y+2}{6} \\ \Leftrightarrow 6x+6 &= 5y+10 \\ \Leftrightarrow 6x-5y-4 &= 0 \end{aligned}$$

(2) $AC \equiv x = 4$, $BC \equiv y = -2$.

(3) $I(x,0) \in AB \Leftrightarrow 6x - 5\cdot 0 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

(4) $J(-11,y) \in AB \Leftrightarrow -66 - 5y - 4 = 0 \Leftrightarrow -5y = 70 \Leftrightarrow y = -14$.

Exercice 4 — 14 (6+4+4) points

Dans un repère cartésien du plan $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on donne les droites a et b d'équations cartésiennes $a \equiv 5x-3y+1=0$ et $b \equiv 2x-8=0$.

(1) Pour la droite a : vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$

x	-2	1	4
y	-3	2	7

(2) Pour la droite b, l'équation cartésienne se simplifie : $b \equiv 2x-8=0 \Leftrightarrow x=4$.

Donc $b \parallel Oy$ et a comme vecteur directeur $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

x	4	4	4
y	1	2	3

(3) Evident !

Bon courage !

G. Lorang