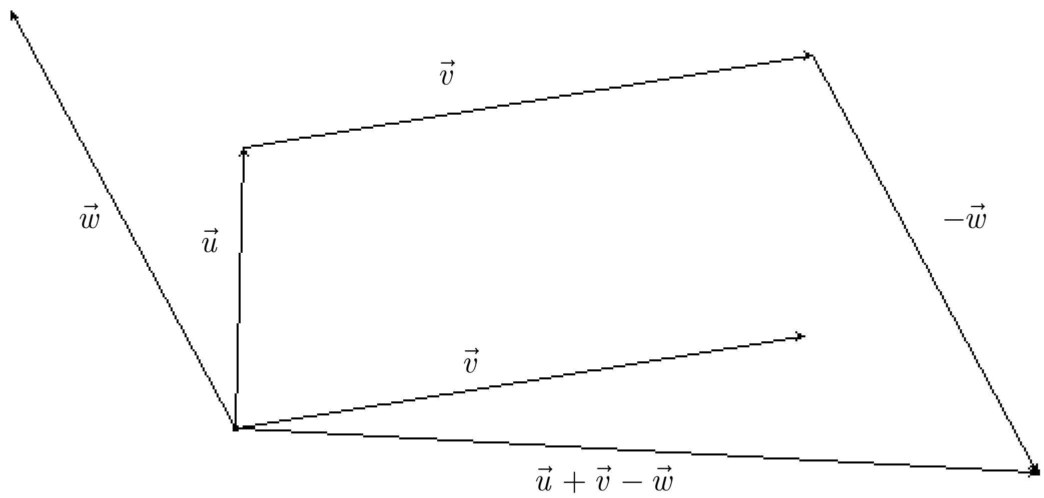
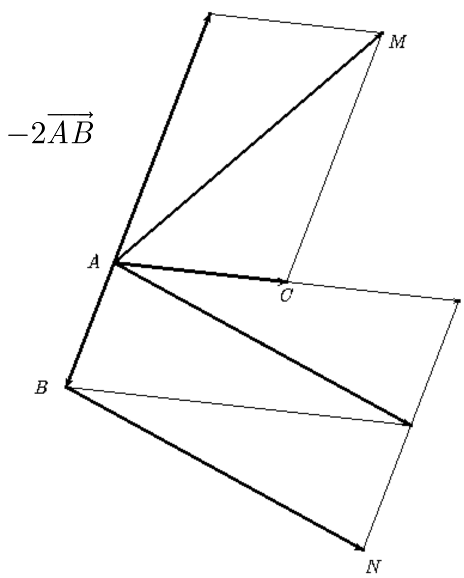
Exercice 1

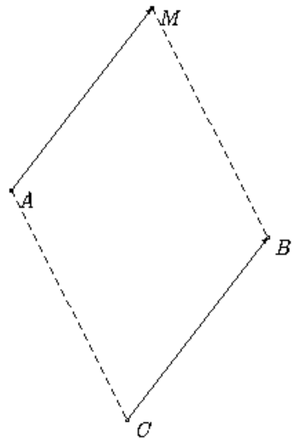
(1) Construire un représentant de $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$ sur la figure ci-dessous :



(2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.



Exercice 2



$\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow -\overrightarrow{AM} - 2\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}\right) + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CA}$

$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC}$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CB}$

Le quadrilatère $AMBC$ est donc un parallélogramme.

Exercice 3

(1) Sur la figure ci-dessus : $\overrightarrow{BC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$.

(2) On a :

$\overrightarrow{BC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{7}{3}\overrightarrow{AB}$

(3) On a :

$\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB}$

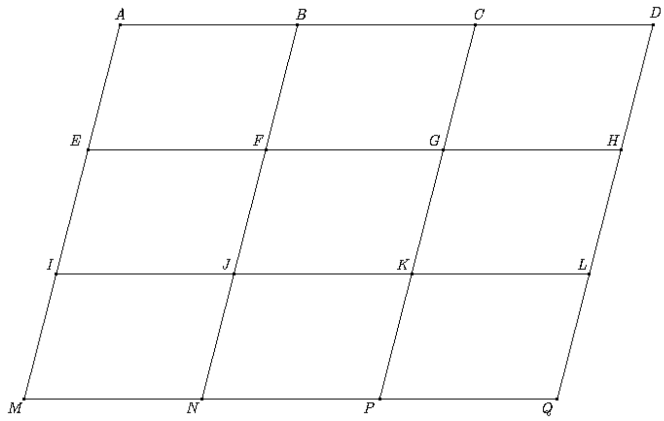
$\Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{4}\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = -\frac{9}{4}\overrightarrow{AB}$

(3) D'après (2) on a : $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$. Donc, en utilisant (3), il vient :

$\overrightarrow{BD} = -\frac{9}{4}\overrightarrow{AB} = -\frac{9}{4}\left(\frac{3}{7}\overrightarrow{AC}\right) = -\frac{27}{28}\overrightarrow{AC}$.

Exercice 4



$\vec{i} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$;

$\vec{j} = \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{IM}$.

(1) a) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \vec{i} + \vec{j}$

b) $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BC} = -\vec{j} + \vec{i} = \vec{i} - \vec{j}$

c) $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GK} = 2\vec{i} + \vec{j}$

d) $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NF} + \overrightarrow{FG} = -2\vec{j} + \vec{i} = \vec{i} - 2\vec{j}$

e) $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DB} = -3\vec{j} - 2\vec{i} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$

f) $\overrightarrow{LI} = -3\vec{i}$

(2) On a :

$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{EK} + \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{LI}$$

$$= \left(\vec{i} + \vec{j}\right) + \left(\vec{i} - \vec{j}\right) + \left(2\vec{i} + \vec{j}\right) + \left(\vec{i} - 2\vec{j}\right) + \left(-2\vec{i} - 3\vec{j}\right) + \left(-3\vec{i}\right)$$

$$= -4\vec{j}$$

Ce vecteur est colinéaire à $\vec{j}$.

G. Lorang