4M7 — Devoir de mathématiques III,2 — 6.06.03

Exercice 1 — 14 (=8+6) points

(1) ***Compléter*** et ***démontrer*** : Etant donné un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, si $A(x_A,y_A)$, $B(x_B,y_B)$ et $C(x_C,y_C)$, alors le centre de gravité G du triangle ABC a les coordonnées (…. , ….).

(2) ***Compléter*** et ***démontrer*** : Etant donné un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, si $\vec{u}(x,y)$ et $\vec{v}(x',y')$, alors les composantes de $(\vec{u}+\vec{v})$ sont (...,...).

Exercice 2 — 24 (=5+3+10+6) points

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère du plan et $A(3,-4)$, $B(-2,1)$ et $C(5,3)$ trois points donnés.

(1) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

(2) Déterminer ensuite les coordonnées du centre I de ce parallélogramme.

(3) Déterminer les coordonnées du point P tel que $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et les coordonnées du point Q tel que $\overrightarrow{DQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.

(4) Démontrer finalement que I, P et Q sont alignés.

Exercice 3 — 22 (=4+7+7+4) points

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère du plan et $A(-2,4)$, $B(5,-1)$, $C(4,3)$ et $D(0,-7)$ quatre points donnés.

(1) Montrer que les droites AB et CD sont sécantes.

Soit maintenant I le point d'intersection des droites AB et CD. L'objectif de l'exercice est de déterminer les coordonnées $(x,\ y)$ de I.

(2) Soit k le réel tel que $\overrightarrow{AI}=k\overrightarrow{AB}$. Justifier l'existence de ce réel k, puis exprimer les coordonnées de I en fonction de k.

(3) En utilisant le fait que C, D et I sont alignés, déterminer le réel k.

(4) En déduire les coordonnées de I dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Bon courage !

G. Lorang