Exercice 2

(1) a) $AB : y = 3x + 5$,

b) $BC : y = -\frac{1}{2}x + 5$,

c) $AC : y = \frac{2}{3}x + t$. L'ordonnée à l'origine n'est pas visible. Calculons-la :

$$A \in AC \Leftrightarrow 2 = \frac{2}{3} \cdot (-1) + t \Leftrightarrow t = \frac{8}{3}.$$

Donc : $AC : y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$.

(2) Déterminons deux points de AB, dont un vecteur directeur est $(1,3)$:

x	-2	-1	0	1
y	-1	2	5	8

Déterminons deux points de BC, dont un vecteur directeur est $(2,-1)$:

x	-2	0	2	4
y	6	5	4	3

Déterminons deux points de AC, dont un vecteur directeur est $(3,2)$:

x	-4	-1	2	5
y	0	2	4	6

(3) $1338 \neq 3 \cdot 2003 + 5$, donc $P \notin AB$

$1338 \neq -\frac{1}{2} \cdot 2003 + 5$, donc $P \notin BC$

$1338 = \frac{2}{3} \cdot 2003 + \frac{8}{3}$, donc $P \in AC$

Exercice 3 — 26 (=10+10+6) points

On considère la famille de droites $d_m : 3x - my + 2m = 0$, où m est un paramètre.

(1) On a :

$A(-5,9) \in d_m$

$\Leftrightarrow -15 - 9m + 2m = 0$,

$\Leftrightarrow m = -\frac{15}{7}$.

Donc :

$d_{-\frac{15}{7}} : 3x + \frac{15}{7}y - \frac{30}{7} = 0$

$\Leftrightarrow 21x + 15y - 30 = 0$

$\Leftrightarrow 7x + 5y - 10 = 0.$

Un vecteur directeur de cette droite est $(-5,7)$. Voici quelques points :

x	5	0	-5	-10
y	-5	2	9	16

(2) d_m a comme coefficient directeur $-\frac{1}{2}$ ssi $\left(1,-\frac{1}{2}\right)$ est un vecteur directeur de d_m. Or un vecteur directeur de d_m est $(m,3)$. La condition cherchée sur m est donc :

$$\begin{vmatrix} 1 & m \\ -\frac{1}{2} & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3 + \frac{m}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -6\,.$$

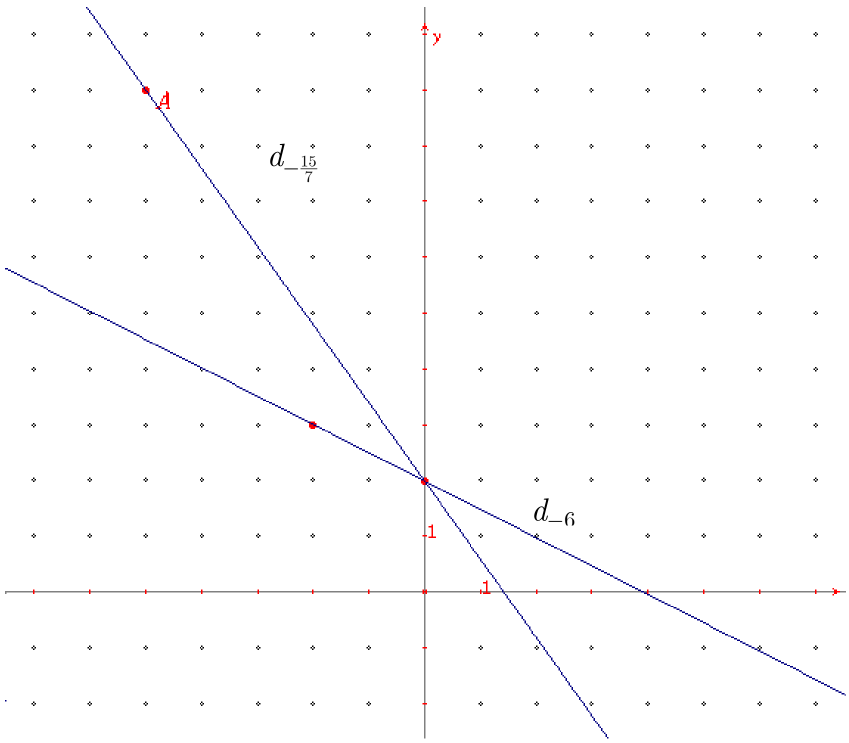
Donc :

$d_{-6} : 3x + 6y - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x + 2y - 4 = 0$

Un vecteur directeur de cette droite est $(-2,1)$. Voici quelques points :

x	2	0	-2	-4
y	1	2	3	4



(3) On a :

$I(0,2) \in d_m$

$\Leftrightarrow 3 \cdot 0 - m \cdot 2 + 2m = 0$

$\Leftrightarrow -2m + 2m = 0$

Ceci est vrai, quel que soit m.

Donc I appartient à toutes les droites d_m.

$J(1,2) \in d_m$

$\Leftrightarrow 3 \cdot 1 - m \cdot 2 + 2m = 0$

$\Leftrightarrow 3 - 2m + 2m = 0$

$\Leftrightarrow 3 = 0$

Ceci est faux, quel que soit m.

Donc J n'appartient à aucune des droites d_m.

G. Lorang