

Question 1

- (1) a) $A = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 4 \text{ ou } 6 \leq x < 8\}$
 b) $B = \{x \in \mathbb{R} / x = -3 \text{ ou } 4 < x < 5\}$
- (2) a) $C = [4, 8]$
 b) $D =]-2, 7]$
 c) $E =]-3, +\infty[$
 d) $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 e) $G = \emptyset$
 f) $H = \{2\}$
- (3) $I =]3, 6[$ ou $I = [3, 6[$ ou $I =]3, 6]$ ou $I = [3, 6]$

Question 2

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{2x-3}{8} - \frac{1}{2} \left(x-5 + \frac{7-3x}{10} \right) \leq \frac{x-4}{5} \\
 & \Leftrightarrow \frac{2x-3}{8} - \frac{x-5}{2} - \frac{7-3x}{20} \leq \frac{x-4}{5} \\
 & \Leftrightarrow \frac{10x-15}{40} - \frac{20x-100}{40} - \frac{14-6x}{40} \leq \frac{8x-32}{40} \quad / \cdot 32 \\
 & \Leftrightarrow 10x - 15 - 20x + 100 - 14 + 6x \leq 8x - 32 \\
 & \Leftrightarrow -12x \leq -103 \\
 & \Leftrightarrow x \geq \frac{103}{12}
 \end{aligned}$$

$$S = \left[\frac{103}{12}, +\infty \right[$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{2x-5}{12} \leq \frac{1-x}{-6} \\
 & \Leftrightarrow \frac{2x-5}{12} \leq \frac{x-1}{6} \\
 & \Leftrightarrow \frac{2x-5}{12} \leq \frac{2x-2}{12} \quad / \cdot 12 \\
 & \Leftrightarrow 2x-5 \leq 2x-2 \\
 & \Leftrightarrow -5 \leq -2
 \end{aligned}$$

$$S = \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned}
(3) \quad & 7(2x - 5)^2 \geq 75 - 12x^2 \\
& \Leftrightarrow 7(2x - 5)^2 \geq 3(25 - 4x^2) \\
& \Leftrightarrow 7(2x - 5)^2 \geq 3(5 - 2x)(5 + 2x) \\
& \Leftrightarrow 7(2x - 5)^2 - 3(5 - 2x)(5 + 2x) \geq 0 \\
& \Leftrightarrow 7(2x - 5)^2 + 3(2x - 5)(5 + 2x) \geq 0 \\
& \Leftrightarrow (2x - 5)(14x - 35 + 15 + 6x) \geq 0 \\
& \Leftrightarrow (2x - 5)(20x - 20) \geq 0 \\
& \Leftrightarrow 20(2x - 5)(x - 1) \geq 0 / : 20 \\
& \Leftrightarrow (2x - 5)(x - 1) \geq 0
\end{aligned}$$

Valeurs critiques : 1 et $\frac{5}{2}$.

On fait un tableau du signe de $(2x - 5)(x - 1)$ et on trouve :

$$S =]-\infty, 1] \cup [\frac{5}{2}, +\infty[$$

$$\begin{aligned}
(4) \quad & \frac{31}{4x^2 - 4} - \frac{25}{4(1 - x)} \leq \frac{4}{x^2 + x} \\
& \Leftrightarrow \frac{31}{4(x - 1)(x + 1)} + \frac{25}{4(x - 1)} \leq \frac{4}{x(x + 1)} \\
& \Leftrightarrow \frac{31x}{4x(x - 1)(x + 1)} + \frac{25x(x + 1)}{4x(x - 1)(x + 1)} \leq \frac{16(x - 1)}{4x(x + 1)(x - 1)} \\
& \Leftrightarrow \frac{31x + 25x(x + 1) - 16(x - 1)}{4x(x - 1)(x + 1)} \leq 0 \\
& \Leftrightarrow \frac{31x + 25x^2 + 25x - 16x + 16}{4x(x - 1)(x + 1)} \leq 0 \\
& \Leftrightarrow \frac{25x^2 + 40x + 16}{4x(x - 1)(x + 1)} \leq 0 \\
& \Leftrightarrow \frac{(5x + 4)^2}{4x(x - 1)(x + 1)} \leq 0
\end{aligned}$$

Valeurs critiques : $-\frac{4}{5}, -1, 0$ et 1.

On fait un tableau du signe de $\frac{(5x + 4)^2}{4x(x - 1)(x + 1)}$ et on trouve :

$$S =]-\infty, -1[\cup \{-\frac{4}{5}\} \cup]0, 1[.$$

Question 3

Soit x le prix d'un cahier.

$$\begin{aligned}
& 5x + 4 \cdot 17,8 + 4,25 \geq 90 \\
& \Leftrightarrow 5x \geq 14,55 / : 5 \\
& \Leftrightarrow x \geq 2,91
\end{aligned}$$

Le prix d'un cahier est donc au moins 2,91 €

G. Lorang