Question 1

(1) Voir manuel et cahier.

Question 2

On utilise le théorème de Thalès :

(1) $DE \,//\, BC \Rightarrow \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{AE}}{10} = \dfrac{2,5}{6,5} \Leftrightarrow \overline{AE} = \dfrac{10\cdot 25}{65} = \dfrac{50}{13}$

(2) $DE \,//\, BC \Rightarrow \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{BC}}{3} = \dfrac{6,5}{2,5} \Leftrightarrow \overline{BC} = \dfrac{3\cdot 65}{25} = \dfrac{39}{5}$

(3) $DE \,//\, BC \Rightarrow \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{OB}}{1,25} = \dfrac{6,5}{2,5} \Leftrightarrow \overline{OB} = \dfrac{5}{4}\cdot\dfrac{13}{5} = \dfrac{13}{4}$

(4) $DE \,//\, BC \Rightarrow \dfrac{\overline{OC}}{\overline{CD}} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{BE}} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{OC}}{8} = \dfrac{\frac{13}{4}}{\frac{13}{4}+\frac{5}{4}} \Leftrightarrow \overline{OC} = 8\cdot\dfrac{13}{18} = \dfrac{52}{9}$

(5) $DE \,//\, AF \Rightarrow \dfrac{\overline{AF}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BA}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{AF}}{3} = \dfrac{6,5}{4} \Leftrightarrow \overline{AF} = \dfrac{3\cdot 6,5}{4} = \dfrac{19,5}{4} = \dfrac{39}{8}$

(6) $DE \,//\, AF \Rightarrow \dfrac{\overline{EF}}{\overline{EB}} = \dfrac{\overline{DA}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{EF}}{\frac{9}{2}} = \dfrac{2,5}{4} \Leftrightarrow \overline{EF} = \dfrac{9\cdot 2,5}{2\cdot 4} = \dfrac{45}{16}$

Question 3

(1) D'après le critère de similitude *(CP A CP)* on peut affirmer que

$$BFG \underset{\overrightarrow{\cdot 2}}{\sim} BEH\,.$$

En effet :

$$\begin{cases} \dfrac{\overline{BF}}{\overline{BE}} = \dfrac{\overline{BG}}{\overline{BH}} = \dfrac{1}{2} & \text{(côtés proportionnels)} \\ \hat{B} = \hat{B} & \text{(angle commun)} \end{cases}$$

(2) Soit x l'aire du triangle BFG. Alors, d'après la question précédente, l'aire du triangle BEH est $2^2\cdot x = 4x$. D'où l'équation :

$$9 + x = 4x \Leftrightarrow 9 = 3x \Leftrightarrow x = 3$$

Donc l'aire du triangle BFG est de $3\ \text{cm}^2$.

(3) De la même façon qu'au point (1) on montre que :

$$BFG \underset{\overrightarrow{\cdot 3}}{\sim} BAC$$

Donc l'aire du triangle ABC vaut : $9\cdot 3 = 27\ \text{cm}^2$.

L'aire du trapèze $AEHC$ est donc égale à : $27 - 9 - 3 = 27 - 12 = 15\ \text{cm}^2$.

Question 4

(1) a) $\begin{cases} \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = \dfrac{7}{5,6} > 1 \\ \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OD}} = \dfrac{5,2}{6,5} < 1 \end{cases}$

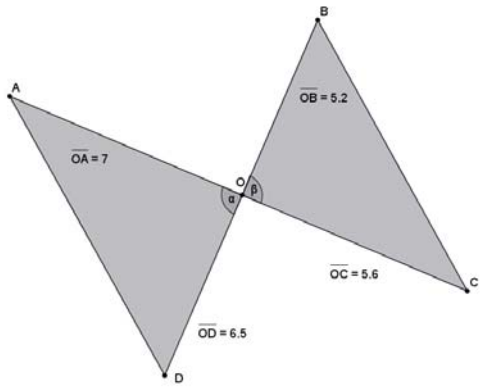
D'après la réciproque du théorème de Thalès $AB \nparallel CD$.

b) $\begin{cases} \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = \dfrac{7}{5,6} = \dfrac{70}{56} = \dfrac{5}{4} \\ \dfrac{\overline{OD}}{\overline{OB}} = \dfrac{6,5}{5,2} = \dfrac{65}{52} = \dfrac{5}{4} \end{cases}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, $AD \parallel BC$.

(2) Donc :

$$OBC \underset{\overrightarrow{\cdot\frac{5}{4}}}{\sim} ODA\,,$$



car les triangles ont un angle de même amplitude ($\alpha = \beta$, angles opposés par leur sommet) compris entre deux côtés proportionnels, $\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OC}} = \dfrac{\overline{OD}}{\overline{OB}} = \dfrac{5}{4}$)

Donc : $\dfrac{\text{aire}\,ODA}{\text{aire}\,OBC} = \dfrac{25}{16}$

G. Lorang