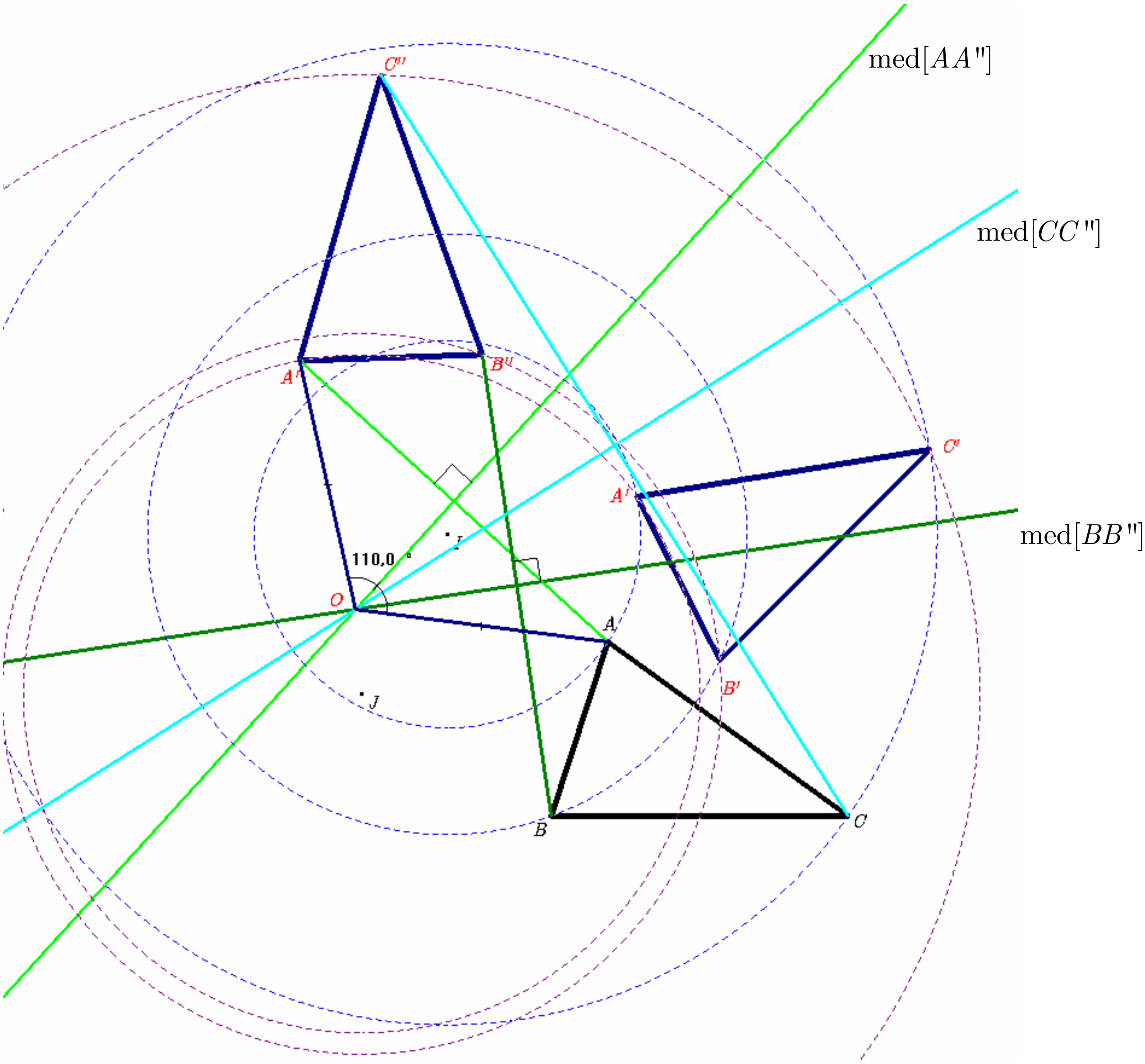
Question 1



(3) $(r_{J,65^\circ} \circ r_{I,45^\circ})(\Delta ABC) = \Delta A"B"C"$

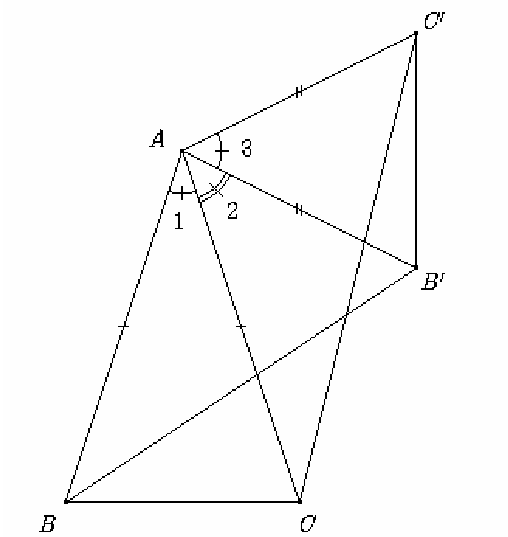
(4) Etant la composée de deux isométries positives, $r_{J,65^\circ} \circ r_{I,45^\circ}$ est aussi une isométrie positive (déplacement).

(5) Comme $r_{J,65^\circ} \circ r_{I,45^\circ}$ est une isométrie positive, c'est soit une translation, soit une rotation. Or, il ne peut s'agir d'une translation car les côtés du $\Delta A"B"C"$ ne sont pas parallèles aux côtés du triangle ΔABC (les translations conservent les directions). Par conséquent, $r_{J,65^\circ} \circ r_{I,45^\circ}$ est nécessairement une rotation. Le centre de cette rotation est le point d'intersection O des médiatrices de $[AA”]$, de $[BB”]$ et de $[CC”]$ (on voit bien que ces médiatrices sont ***concourantes***).

L'angle de la rotation est par exemple $\widehat{AOA''}$. On mesure cet angle et on constate qu'il vaut $110°$. Il semble donc que l'angle de la rotation composée soit la ***somme des deux angles*** des rotations $r_{I,45°}$ et $r_{J,65°}$. On peut démontrer que cette propriété est vraie en général. Donc :

$$r_{J,65°} \circ r_{I,45°} = r_{O,110°}\,.$$

Question 2



(1) $\overline{AB} = \overline{AC}\,,\ \overline{AB'} = \overline{AC'}$ et $\widehat{A_1} = \widehat{A_3}\,.$

(2)

$\Delta ABB'$	iso	$\Delta ACC'$
(C) $\overline{AB}$	$=$	$\overline{AC}$ (hypothèse)
(A) $\widehat{BAB'}$	$=$	$\widehat{CAC'}$ $(*)$
(C) $\overline{AB'}$	$=$	$\overline{AC'}$ (hypothèse)

$(*)$ En effet :

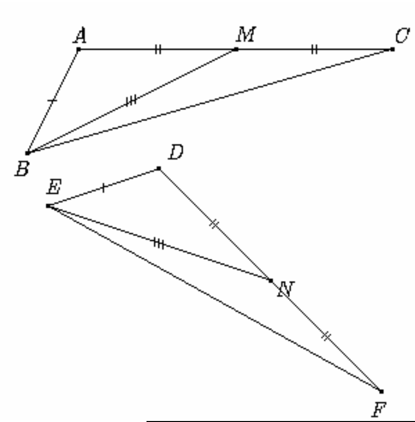
$\widehat{BAB'} = \widehat{A_1} + \widehat{A_2}$

$\widehat{CAC'} = \widehat{A_3} + \widehat{A_2}$

Comme $\widehat{A_1} = \widehat{A_3}$, on a bien $\widehat{BAB'} = \widehat{CAC'}\,.$

Finalement, comme $\Delta ABB'$ iso $\Delta ACC'$, on peut conclure que $\overline{BB'} = \overline{CC'}\,.$

Question 3



$\overline{AB} = \overline{DE}\,,\ \overline{AM} = \overline{MC} = \overline{DN} = \overline{NF}\,,\ \overline{BM} = \overline{EN}\,.$

(1)

ΔABM	iso	ΔDEN
(C) $\overline{AB}$	$=$	$\overline{DE}$ (hypothèse)
(C) $\overline{AM}$	$=$	$\overline{DN}$ (hypothèse)
(C) $\overline{BM}$	$=$	$\overline{EN}$ (hypothèse)

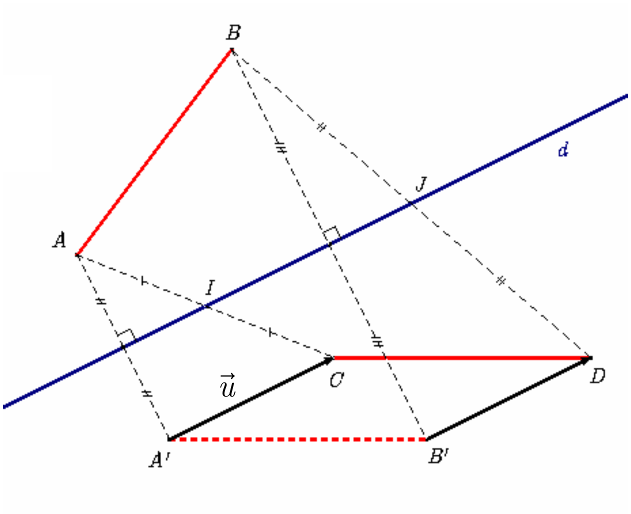
(2)

ΔABC	iso	ΔDEF
(C) $\overline{AB}$	$=$	$\overline{DE}$ (hypothèse)
(A) $\widehat{A}$	$=$	$\widehat{D}$ $(*)$
(C) $\overline{AC}$	$=$	$\overline{DF}$ $(**)$

$(*)$ car les triangles ΔABM et ΔDEN sont isométriques.

$(**)$ car $\overline{AC} = \overline{AM} + \overline{MC} = \overline{DN} + \overline{NF} = \overline{DF}\,.$

Question 4

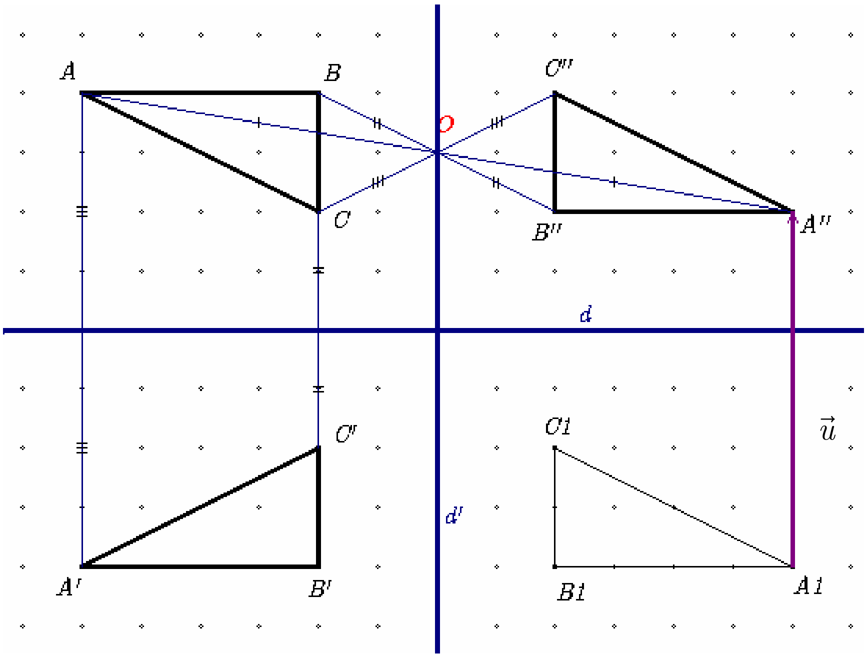


Comme l'isométrie cherchée est négative (antidéplacement, retournement), il s'agit soit d'une symétrie orthogonale, soit d'une symétrie-translation. On construit d'abord $I = \text{mil}[AC]$ et $J = \text{mil}[BD]$. La droite $d = IJ$ n'est visiblement pas orthogonale aux segments $[AC]$ et $[BD]$. Par conséquent l'isométrie cherchée doit être une symétrie-translation. On construit $A' = s_d(A)$ et $B' = s_d(B)$. Alors d est l'axe de la symétrie-translation et $\vec{u} = \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{B'D}$ en est le vecteur.

Donc :

$$st_{d,\vec{u}}([AB]) = [CD].$$

Question 5



(1) $s_d(\Delta ABC) = \Delta A'B'C'$ où $d = \text{med}[AA'] = \text{med}[BB'] = \text{med}[CC']$.

(2) $st_{d',\vec{u}}(\Delta A'B'C') = \Delta A''B''C''$ où $d = \text{med}[A'A1] = \text{med}[B'B1] = \text{med}[C'C1]$ et $\vec{u} = \overrightarrow{A1A''} = \overrightarrow{B1B''} = \overrightarrow{C1C''}$.

(3) $s_O(\Delta ABC) = \Delta A''B''C''$ où $O = \text{mil}[AA''] = \text{mil}[BB''] = \text{mil}[CC'']$.

(4) $g \circ f = st_{d',\vec{u}} \circ s_d = s_O$.

G. Lorang