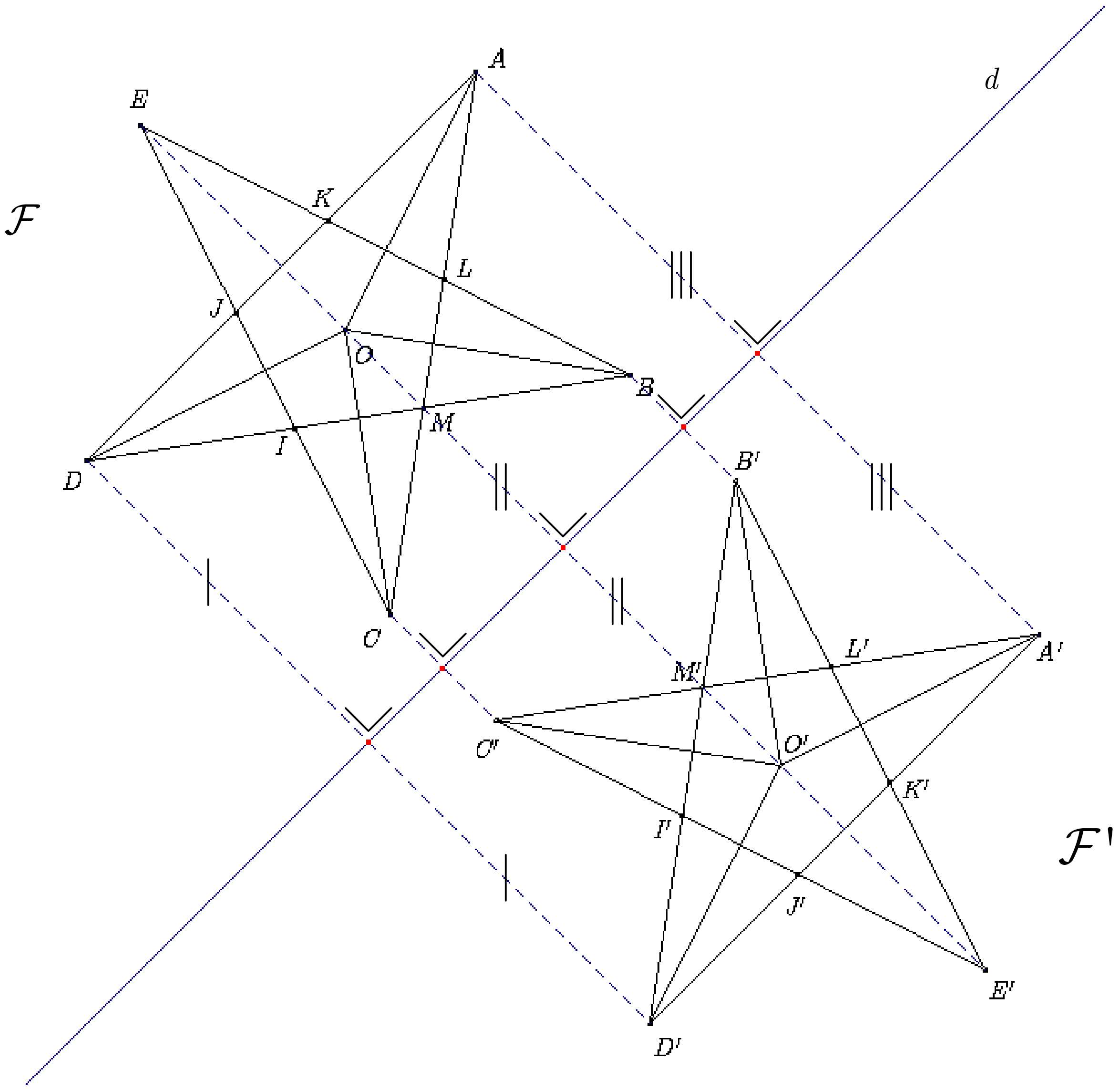
Exercice 1

(2) Si $\overline{AM} = \overline{BM}$ alors M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 2

(1) Il suffit de construire $A' = s_d(A)$, $B' = s_d(B)$, $C' = s_d(C)$, $D' = s_d(D)$, $E' = s_d(E)$ et $O' = s_d(O)$. On obtient les autres images en utilisant la conservation de l'alignement des points.



(2) a) $s_d([AB]) = [A'B']$ b) $s_d(AD) = A'D'$ c) $s_d([OE) = [O'E'$ d) $s_d([D'B']) = [DB]$.

(3) Les segments $[O'A']$, $[O'B']$, $[O'C']$, $[O'D']$ et $[O'E']$ ont également la même longueur car s_d conserve les distances.

(4) Les points A', O' et I' sont également alignés car s_d conserve l'alignement des points.

(5) a) Les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$, et $\widehat{EOA}$ mesurent tous $360°/5 = 72°$.

b) Les angles $\widehat{A'O'B'}$, $\widehat{B'O'C'}$, $\widehat{C'O'D'}$, $\widehat{D'O'E'}$, et $\widehat{E'O'A'}$ mesurent aussi $72°$ car s_d conserve l'amplitude des angles.

(6) a) Le triangle OAC est isocèle car $\overline{OA} = \overline{OC}$. Son image $O'A'C'$ est donc aussi un triangle isocèle. En effet, $s_d([OA]) = [O'A']$, donc $\overline{OA} = \overline{O'A'}$ car s_d conserve les distances. De même $s_d([OC]) = [O'C']$, donc $\overline{OC} = \overline{O'C'}$. Ainsi $\overline{O'A'} = \overline{O'C'}$, c.q.f.d.

b) $\widehat{OAC} + \widehat{OCA} + \widehat{AOC} = 180°$. Or, $\widehat{OCA} = \widehat{OAC}$ car le triangle OAC est isocèle. D'autre part $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 2 \cdot 72° = 144°$. Donc :

$$144° + 2 \cdot \widehat{OAC} = 180° \Leftrightarrow \widehat{OAC} = (180° - 144°)/2 = 18°.$$

Il y a en tout 20 angles sur la figure mesurant 18°, 10 pour $\mathcal{F}$ et 10 pour $\mathcal{F}'$.

(7) AO est la médiatrice des segments $[EB]$ et $[DC]$.

a) Cela signifie par définition que AO passe par les milieux des segments $[EB]$ et $[DC]$ et que AO est perpendiculaire à ces segments.

b) Comme $EB \perp AO$ et $DC \perp AO$, les droites EB et DC sont parallèles.

c) Les images des droites AO, EB et DC par s_d sont respectivement $A'O'$, $E'B'$ et $D'C'$. $A'O'$ est la médiatrice des segments $[E'B']$ et $[D'C']$. En effet, l'image d'une médiatrice par une symétrie orthogonale est une médiatrice car la symétrie orthogonale conserve l'orthogonalité et le milieu d'un segment. On peut également dire que $E'B'$ et $D'C'$ sont parallèles car s_d conserve le parallélisme.

d) Le point d'intersection des droites AO et $A'O'$ appartient à la droite d car les points de la droite d sont des points fixes par s_d.

e) La droite AO est un axe de symétrie pour la figure $\mathcal{F}$. En effet, comme AO est la médiatrice des segments $[EB]$ et $[DC]$, on peut dire que $s_{AO}(E) = B$ et $s_{AO}(D) = C$. De plus $s_{AO}(O) = O$ et $s_{AO}(A) = A$. Donc : $s_{AO}(\{A,B,C,D,E,O\}) = \{A,B,C,D,E,O\}$ ou encore $s_d(\mathcal{F}) = \mathcal{F}$, c.q.f.d.

G. Lorang