Nom : .... Prénom : ....

5M2 Corrigé du devoir I,2 11.11.2010

Corrigé du devoir I,2

Durée : 60′ ***Calculatrice non autorisée***

Question 1 — 9 points

Comparer les nombres suivants en justifiant la réponse :

$$A = \frac{0,6 - 2\cdot 4^{-1}}{3\cdot 2^{-2}} \quad \text{et} \quad B = \frac{\left(3^{-1} - 5^{-1}\cdot 2\right)^2}{5^{-1} - \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}}$$

$$A = \frac{\frac{6}{10} - \frac{2}{4}}{3\cdot\frac{1}{4}} = \frac{\frac{6}{10} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{6}{10} - \frac{5}{10}}{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{10}\cdot\frac{4}{3} = \frac{2}{15}$$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)^2}{\frac{1}{5} - \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{\left(\frac{5}{15} - \frac{6}{15}\right)^2}{\frac{1}{5} - \frac{4}{25}}$$

$$= \frac{\left(-\frac{1}{15}\right)^2}{\frac{5}{25} - \frac{4}{25}} = \frac{\frac{1}{225}}{\frac{1}{25}} = \frac{25}{225} = \frac{1}{9}$$

Donc $A = \frac{2}{15} = \frac{6}{45}$ et $B = \frac{1}{9} = \frac{5}{45}$

Ainsi $A > B$

Question 2 16 (4+5+7) points

Effectuer et réduire les expressions suivantes, en ***utilisant les identités remarquables si possible*** :

(1) $-4 \cdot \left(\frac{2x}{3} - \frac{1}{4}\right)^2$

$= -4 \cdot \left(\frac{4x^2}{9} - 2 \cdot \frac{2x}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right)$

$= -\frac{16x^2}{9} + \frac{\cancel{16}^{4} x}{\cancel{12}_{3}} - \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{16}_{4}}$

$= -\frac{16x^2}{9} + \frac{4x}{3} - \frac{1}{4}$

(2) $\left(2a^5 + 3b\right)\left(a^{10} - 7b^2\right)\left(2a^5 - 3b\right)$

$= (2a^5 + 3b)(2a^5 - 3b) \cdot (a^{10} - 7b^2)$

$= (4a^{10} - 9b^2)(a^{10} - 7b^2)$

$= 4a^{20} - 28a^{10}b^2 - 9a^{10}b^2 + 63b^4$

$= 4a^{20} - 37a^{10}b^2 + 63b^4$

(3) $5y^3 - y^2\left(y-8\right)^2 - \left(3y^2+7\right)^2$

$= 5y^3 - y^2(y^2 - 16y + 64) - (9y^4 + 42y^2 + 49)$

$= 5y^3 - y^4 + 16y^3 - 64y^2 - 9y^4 - 42y^2 - 49$

$= -10y^4 + 21y^3 - 106y^2 - 49$

Question 3 12 (=3+5+4) points

Compléter les trinômes suivants pour en faire des ***trinômes carrés parfaits***, puis les factoriser.

(1) $x^4 - 12x^3 + \underline{36x^2}$

$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 6x + (6x)^2$

$= (x^2 - 6x)^2$

$\boxed{= [x(x-6)]^2 = x^2(x-6)^2}$ Bonus de 1 point !

(2) $9(2x-1)^2 - \underline{30(2x-1)(x+3)} + 25(x+3)^2$

$= [3(2x-1)]^2 - 2 \cdot (3 \cdot (2x-1)) \cdot (5 \cdot (x+3)) + [5(x+3)]^2$

$= [3 \cdot (2x-1) - 5 \cdot (x+3)]^2$

$= (6x - 3 - 5x - 15)^2$

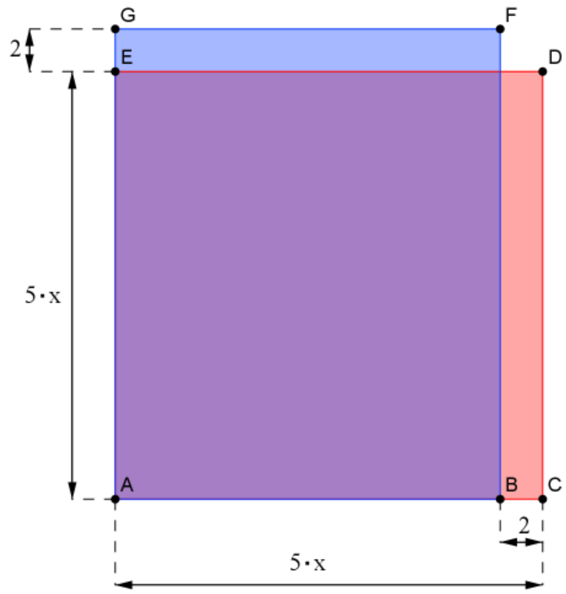
$= (x - 18)^2$

(3) $y^6 + \dfrac{2y^3z}{3} + \underline{\dfrac{z^2}{9}}$

$= (y^3)^2 + 2 \cdot y^3 \cdot \dfrac{z}{3} + \left(\dfrac{z}{3}\right)^2$

$= \left(y^3 + \dfrac{z}{3}\right)^2$

Question 4 10 (=5+5) points



Sur la figure ci-dessus, ACDE est un ***carré*** et ABFG est un ***rectangle***. Répondre aux questions suivantes ***en utilisant les dimensions indiquées sur la figure*** !

(1) Comparer les ***périmètres*** du carré ACDE et du rectangle ABFG.

Périmètre du carré ACDE : $4 \cdot 5x = 20x$

" " rectangle ABFG :

$2 \cdot (5x-2) + 2 \cdot (5x+2)$

$= 10x \cancel{-4} + 10x \cancel{+4}$

$= 20x$

Donc le carré et le rectangle ont même périmètre.

(2) Comparer les ***aires*** du carré ACDE et du rectangle ABFG.

Aire du carré ACDE : $(5x)^2 = 25x^2$

" " rectangle ABFG :

$(5x-2) \cdot (5x+2) = 25x^2 - 4$

Or, $25x^2 - 4 < 25x^2$

Donc l'aire du rectangle $<$ aire du carré

Question 5 13 (=4+4+5) points

Factoriser les expressions suivantes en mettant en évidence les facteurs communs et/ou en utilisant les identités remarquables.

(1) $64x - 32xy + 4xy^2$

$= 4x(16 - 8y + y^2)$

$= 4x(4^2 - 2\cdot 4\cdot y + y^2)$

$= 4x(4 - y)^2$

(2) $2a^7 - 50a^3b^2$

$= 2a^3(a^4 - 25b^2)$

$= 2a^3[(a^2)^2 - (5b)^2]$

$= 2a^3(a^2 - 5b)(a^2 + 5b)$

(3) $3(x-4)(2x+1) + (4-x)(8-4x)$ facteurs opposés !

$= 3\cdot(x-4)(2x+1) - (x-4)(8-4x)$

$= (x-4)[3(2x+1) - (8-4x)]$

$= (x-4)(6x+3-8+4x)$

$= (x-4)(10x-5)$

$= 5(x-4)(2x-1)$

G. Lorang