

*Durée : 60'**Calculatrice non autorisée*

Question 1

24 (=7+5+7+5) points

Factoriser les expressions suivantes autant que possible :

(1) $(a-5)(3a^4-2a^2)+2(5-a)(a^4+3a^2-8)$

$$= (a-5)(3a^4-2a^2) - 2(a-5)(a^4+3a^2-8)$$

$$= (a-5)[(3a^4-2a^2)-2(a^4+3a^2-8)]$$

$$= (a-5)(3a^4-2a^2-2a^4-6a^2+16)$$

$$= (a-5)(a^4-8a^2+16)$$

$$= (a-5)(a^2-4)^2$$

$$= (a-5)[(a-2)(a+2)]^2$$

$$= (a-5)(a-2)^2(a+2)^2$$

(2) $a^4 - 4a^2 + 4a - 1$

(Indication : grouper les trois derniers termes)

$$= a^4 - (4a^2 - 4a + 1)$$

$$= a^4 - (2a-1)^2$$

$$= [a^2 - (2a-1)][a^2 + (2a-1)]$$

$$= (a^2 - 2a + 1)(a^2 + 2a - 1)$$

$$= (a-1)^2(a^2 + 2a - 1)$$

$$(3) \left(x^2 - 2x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(2x - \frac{13}{2}\right)^2$$

$$= \left[\left(x^2 - 2x - \frac{5}{2}\right) - \left(2x - \frac{13}{2}\right)\right] \cdot \left[\left(x^2 - 2x - \frac{5}{2}\right) + \left(2x - \frac{13}{2}\right)\right]$$

$$= \left(x^2 - 2x - \frac{5}{2} - 2x + \frac{13}{2}\right) \cdot \left(x^2 - 2x - \frac{5}{2} + 2x - \frac{13}{2}\right)$$

$$= (x^2 - 4x + 4)(x^2 - 9)$$

$$= (x-2)^2(x-3)(x+3)$$

$$(4) 49x^2 - (7x-4)(x+16) - 16$$

$$= (49x^2 - 16) - (7x-4)(x+16)$$

$$= (7x-4)(7x+4) - (7x-4)(x+16)$$

$$= (7x-4)[(7x+4) - (x+16)]$$

$$= (7x-4)(7x+4-x-16)$$

$$= (7x-4)(6x-12)$$

$$= 6 \cdot (7x-4)(x-2)$$

Question 2

10 (=6+4) points

- (1) Effectuer l'expression suivante en utilisant les identités remarquables :

$$A = \left(2x^2 - \frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right) \left(2x^2 + \frac{x}{2} - \frac{3}{4}\right)$$

- (2) Calculer
- A
- lorsque
- $x = -2^{-1}$
- .

$$(1) A = \left[2x^2 - \left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}\right)\right] \cdot \left[2x^2 + \left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}\right)\right]$$

$$= 4x^4 - \left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}\right)^2$$

$$= 4x^4 - \left(\frac{x^2}{4} - \cancel{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{16}\right)$$

$$= 4x^4 - \frac{x^2}{4} + \frac{3x}{4} - \frac{9}{16}$$

$$(2) \text{ Si } x = -2^{-1} = -\frac{1}{2} \text{ alors}$$

$$A = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{9}{16}$$

$$= \frac{4}{16} - \frac{1}{16} - \frac{3}{8} - \frac{9}{16}$$

$$= \frac{4 - 1 - 6 - 9}{16} = -\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$$

Question 3

5 points

Calculer et mettre le résultat sous forme de fraction irréductible : $B = \frac{7^{43} - 7^{45}}{7^{44} + 7^{42}}$

$$B = \frac{7^{43} (1 - 7^2)}{7^{42} (7^2 + 1)}$$

$$= \frac{7 (1 - 49)}{49 + 1}$$

$$= \frac{-7 \cdot 48}{50} = -\frac{168}{25}$$

Question 4

21 (=7+9+5) points

Calculer et simplifier autant que possible :

$$(1) \quad C = \frac{3x - 6y}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{-x - 2y}{9} \cdot \frac{4y^2 - x^2}{x^2 + x}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{3(x-2y)}{(x+1)^2} \cdot \frac{-(x+2y)}{9} \cdot \frac{x(x+1)}{(2y-x)(2y+x)} \\
 &= \frac{1}{3} \frac{x(x+1)(x-2y)(x+2y)}{(x+1)^2(x-2y)(x+2y)} \\
 &= \frac{x}{3(x+1)}
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad D = \frac{x}{3x-1} - \frac{x+1}{6x+2} + \frac{6x^2}{1-9x^2}$$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{x}{3x-1} - \frac{x+1}{2(3x+1)} + \frac{6x^2}{(1-3x)(1+3x)} \\
 &= \frac{x}{3x-1} - \frac{x+1}{2(3x+1)} - \frac{6x^2}{(3x-1)(3x+1)} \\
 &= \frac{2x(3x+1) - (x+1)(3x-1) - 12x^2}{2(3x-1)(3x+1)} \\
 &= \frac{6x^2 + 2x - (3x^2 + 2x - 1) - 12x^2}{2(3x-1)(3x+1)} \\
 &= \frac{6x^2 + \cancel{2x} - 3x^2 - \cancel{2x} + 1 - 12x^2}{2(3x-1)(3x+1)} \\
 &= \frac{1-9x^2}{2(3x-1)(3x+1)} = \frac{(1-3x)(1+3x)}{2(3x-1)(3x+1)} = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$(3) \quad E = \frac{\frac{a}{3}}{2a^2} - 4 \cdot \frac{a}{\frac{a+1}{2}}$$

<u>F</u>	=	$\frac{a}{3}$	\cdot	$\frac{1}{2a^2}$	-	$\frac{4a}{1}$	\cdot	$\frac{2}{a+1}$											
	=	$\frac{1}{6a}$		$\frac{8a}{a+1}$															
	=	$a+1$		-	$8a \cdot 6a$														
				$6a(a+1)$															
	=	$a+1$		-	$48a^2$														
				$6a(a+1)$															

G. Lorang